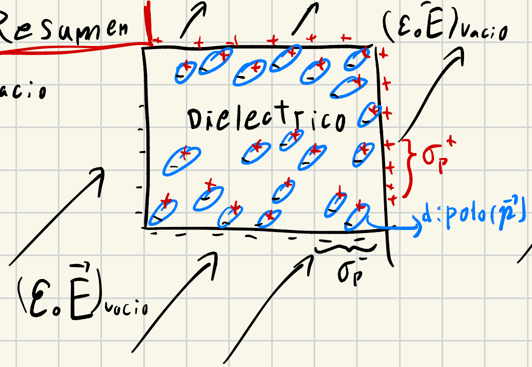
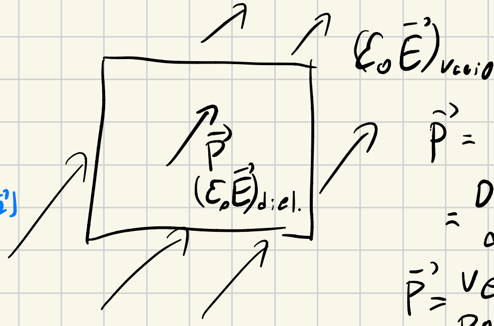
Resumen

Vacio





$\vec{P} = \dfrac{d\vec{p}}{dV_{ol}}$ = Densidad de dipolos

$\vec{P}$ = Vector polarización

$$(\varepsilon_0 \vec{E})_{dielectrico} = (\varepsilon_0 \vec{E})_{vacio} - \vec{P}$$

El vector polarización se opone al campo $\vec{E}$ extermo. Por lo que el campo dentro del dielectrico es menor.

El efecto de la polarizacion se modela con una carga virtual: Carga de polarización (Q_P)

Q_P no es una carga neta real pero si lo es su efecto en el campo $\vec{E}$.

$$\boxed{Q = \underset{\substack{\text{real} \\ \text{o} \\ \text{física}}}{Q_{libre}} + Q_P}$$

La Q_P se relaciona con $\vec{P}$ segun las expresiones

$\boxed{\vec{P} \cdot \hat{n} = \sigma_P}$ → como se ve en el dibujo.

$\boxed{-\nabla \cdot \vec{P} = \rho_P}$ → En caso de dielectricos y campos homogeneos osea $\vec{P}$ cte $\Rightarrow \nabla \cdot \vec{P} = 0 = \rho_P$

Con esto tenemos:

$$(\varepsilon_0 \vec{E})_{dielectrico} = \underbrace{(\varepsilon_0 \vec{E})_{vacio}} - \vec{P} \quad /\nabla\cdot$$

$$\nabla \cdot (\varepsilon_0 \vec{E})_{diel} = \nabla \cdot (\varepsilon_0 \vec{E})_{vacio} - \nabla \vec{P} = \rho$$

Tambien : $\nabla \cdot \varepsilon_0 \vec{E} = \rho = \rho_{libre} + \rho_p$ y $-\nabla \cdot \vec{P} = \rho_p$

$$\Rightarrow \nabla \cdot (\varepsilon_0 \vec{E})_{diel} = \underbrace{\nabla \cdot (\varepsilon_0 \vec{E})_{vacio}}_{\rho_l} \underbrace{- \nabla \cdot \vec{P}}_{\rho_p} = \rho_l + \rho_p$$

$\Rightarrow$ Definimos $(\varepsilon_0 \vec{E})_{vacio} = \vec{D}$ tq

Definicion

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{D} = \rho_{libre}}$$

$\hookrightarrow$ Campo de desplazamiento electrico.

$$\boxed{(\varepsilon_0 \vec{E})_{medio} = \vec{D} - \vec{P}}$$

$\vec{E}$ es el campo que nos dice como se moveran las particulas en el medio y su Valor depende del medio

$\vec{D}$ es el campo que genera las cargas (Q_l) y es independiente al medio

En general $\vec{D}$ y $\vec{E}$ tienen igual dirección y sentido

La polarizacion $(\vec{P})$ del medio es debido a un movimiento de carga por lo que depende de $\vec{E}$

$\vec{P} \propto \vec{E} \Rightarrow \vec{P} = \chi(\varepsilon_0 \vec{E})$ donde χ es una constante que depende del medio

Si $\varepsilon_0 \vec{E} = \vec{D} - \vec{P} \Rightarrow \vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

$$\Rightarrow \vec{D} = \vec{E} \underbrace{\varepsilon_0 (1 + \chi)}_{\varepsilon}$$

$\varepsilon \rightarrow$ Permitividad electrica : depende del medio

$$\Rightarrow \boxed{\vec{D} = \varepsilon \vec{E}}$$

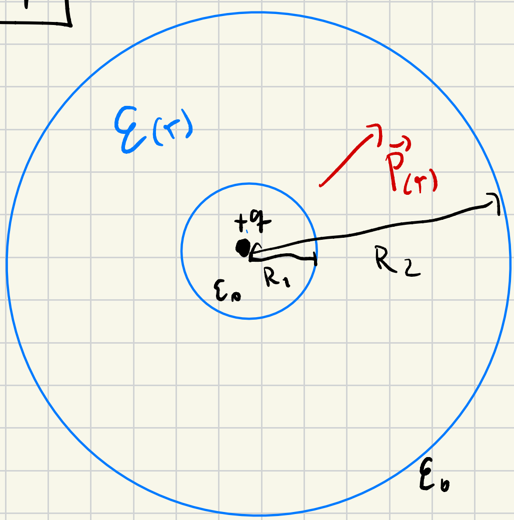
$\varepsilon_0 \to$ permitividad del vacío $\Rightarrow$ $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} \Leftrightarrow$ en el vacío

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_\ell = \nabla \cdot \varepsilon \vec{E} \Rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = \rho_\ell / \varepsilon$$

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon \vec{E}} \qquad \boxed{\vec{P} = \vec{D} - \varepsilon_0 \vec{E}} \qquad \boxed{\vec{P} = (\varepsilon - \varepsilon_0)\vec{E}}$$

$$\boxed{D = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}} \qquad \boxed{\vec{P} = \left(1 - \varepsilon_0/\varepsilon\right)\vec{D}}$$

$\boxed{P_1}$



La carga +q produce un campo electrico que polariza el dielectrico de manera que:

$$\vec{P} = \frac{P_0}{4\pi r}\hat{r}$$

Para obtener la carga de polarizacion Q_p usaremos $-\nabla \cdot \vec{P} = \rho_P \wedge \vec{P} \cdot \hat{n}$

$\nabla \cdot$ en esfericas es

$$\nabla \cdot \vec{P} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial (r^2 P_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\,\mathrm{sen}(\theta)}\frac{\partial(\mathrm{sen}(\theta) P_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r\,\mathrm{sen}(\theta)}\frac{\partial P_\phi}{\partial \phi}$$

$P_\theta = 0 = P_\phi$ solo tiene componente $\hat{r}$

$$-\nabla \cdot P = -\frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial r^2 P}{\partial r}\right)$$

$$= -\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{P_0 \cdot r}{4\pi}\right)$$

$$= -\frac{1}{r^2}\left(\frac{P_0}{4\pi}\right)$$

$$= \frac{-P_0}{4\pi r^2} = \rho_p$$

$$\sigma_p = \vec{P} \cdot \hat{n} \begin{cases} -\dfrac{P_0}{4\pi R_1} : & \text{superficie interior} \\ \dfrac{P_0}{4\pi R_2} : & \text{superficie exterior} \end{cases}$$

Sabemos que : $\varepsilon = \varepsilon_0(1-\chi)$ y $\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$

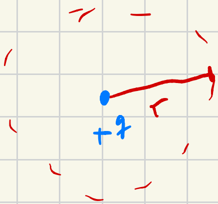
$\Rightarrow \vec{P} = (\varepsilon - \varepsilon_0)\vec{E}$

Sabemos que $\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \Rightarrow \vec{E} = D/\varepsilon$

$\Rightarrow \vec{P} = (1 - \varepsilon_0/\varepsilon)\vec{D}$

Usamos $\nabla \cdot \vec{D} = \rho_l \xrightarrow{\text{Gauss}} \oint \vec{D}\, dA = \int \rho_l dV = Q_{libre}$

Usando una superficie gaussiana esferica



Por simetria esferica $\oint \vec{D}\cdot dA = D \cdot \text{Area}$

$$\Rightarrow D \cdot 4\pi r^2 = q$$

$$\Rightarrow \vec{D} = \frac{q}{4\pi r^2}\hat{r}$$

$$\vec{P} = \frac{P_0}{\cancel{4\pi} r}\cancel{\hat{r}} = \left(1 - \varepsilon_0/\varepsilon\right)\vec{D} = \left(1 - \varepsilon_0/\varepsilon\right)\frac{q}{\cancel{4\pi} r^2}\cancel{\hat{r}}$$

$$\Rightarrow P_0 = \left(1 - \varepsilon_0/\varepsilon\right)\frac{q}{r}$$

$$\Rightarrow \frac{P_0\, r}{q} = \left(1 - \varepsilon_0/\varepsilon\right)$$

$$\Rightarrow \frac{q - P_0 \cdot r}{q} = \varepsilon_0/\varepsilon$$

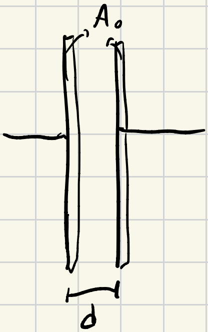
$$\Rightarrow \varepsilon/\varepsilon_0 = \frac{q}{q - P_0 \cdot r}$$

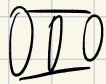
$$\Rightarrow \varepsilon(r) = \varepsilon_0 \frac{q}{q - P_0 \cdot r}$$

Para sacar el campo $\vec{E}$ usaremos $\vec{E} = \dfrac{\vec{D}}{\varepsilon(r)}$

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r} & 0<r<R_1 \wedge R_2<r \\ \dfrac{q - P_0 \cdot r}{\varepsilon_0 4\pi r^2}\hat{r} & R_1<r<R_2 \end{cases}$$

P2)





$$E \cdot A = \frac{\sigma \cdot A}{2\varepsilon}$$

a) Usumamos una carga en las placas y calculamos el voltaje entre ellas para despejar

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Sea las cargas de las placas $+\sigma$ y $-\sigma$

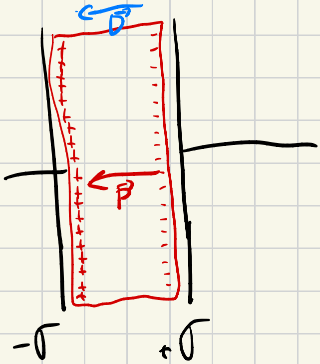
$$\Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_{+\sigma} + \vec{E}_{-\sigma} \qquad \vec{E}_\sigma = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 2}$$

Despreciando las condiciones de borde

$$\vec{E} = -\frac{-\sigma}{\varepsilon_0 2}\hat{x} + \frac{\sigma}{\varepsilon_0 2}\hat{x} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{x} \text{ cte}$$

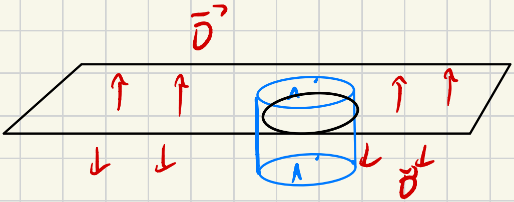
$$\Delta V = \int^d \vec{E}\, d\cancel{x} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\int^d \hat{x}\, dx = \frac{d\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{A\sigma}{d\sigma/\varepsilon_0} = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$



$$\vec{E} = \vec{D}/\varepsilon_0 - P/\varepsilon_0 < \vec{E}$$ en el caso sin dieléctrico

$$\vec{E} = \vec{D}/\varepsilon$$



$$\oint D \cdot dA = \int \rho_l \, dV \Rightarrow$$

$$\Rightarrow D \cdot 2A = Q = \sigma \cdot A$$

$$\Rightarrow D = \frac{\sigma}{2}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \vec{D}/\varepsilon = \frac{\sigma}{\varepsilon 2}$$

$$\vec{E}_{diel} = \vec{E}_{+\sigma} + \vec{E}_{-\sigma} = \frac{\sigma}{\varepsilon 2} - \frac{-\sigma}{\varepsilon 2} = \frac{\sigma}{\varepsilon} \hat{x} \text{ cte}$$

$$\Delta V = \int^d \vec{E} \cdot dl = \frac{\sigma}{\varepsilon} \int^d \hat{x} \, dx = \frac{d\sigma}{\varepsilon}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{A_0 \sigma}{d\sigma/\varepsilon} = \varepsilon \frac{A_0}{d} > \varepsilon_0 \frac{A_0}{d}$$

La capacitancia es d. proporcional a la permitividad.