**Electromagnetismo FI2002-5 Primavera 2024**
**Profesor: Claudio Arenas**
**Auxiliares: Pablo Guglielmetti, Martín Leiva**
**Ayudante: Gerd Hartmann**

# Auxiliar 25: Ondas en medios matereales.

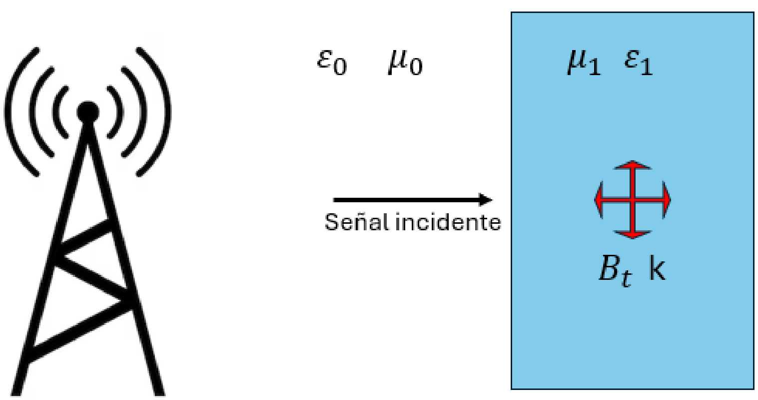
**P1.** Imagine un detector de señales electromagneticas que se encuentra dentro de un cristal con permitividad y permeabilidad conocidas ($\epsilon_1$, $\mu_1$) y conductividad nula. El detector al exponerse a una onda electromagnetica mide su numero de onda $\vec{k}$ y la maxima magnitud del campo magnetico dentro del cristal. Una señal esta incidiendo en el cristal normal a la interfaz. Con los resultados del detector y considerando la onda como

$$\mathbf{B} = \tilde{B}_t e^{i(kz-\omega t)}\hat{\imath}$$

a) Encuentre la frecuencia $\omega$ de la señal.

b) Los campos electricos y magneticos tanto en el aire como en el cristal.

c) Comente sobre la capacidad de deteccion basado en los coeficientes de reflección y transmición



Resumen

## Leyes de Maxwell

- **Ley de Gauss:**
$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$
- **Ley de Gauss Magnética:**
$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$
- **Ley de Faraday:**
$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$
- **Ley de Ampère-Maxwell:**
$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

## Leyes de Maxwell en Medios Materiales

- **Ley de Gauss:**
$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_l$$
- **Ley de Gauss Magnética:**
$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$
- **Ley de Faraday:**
$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$
- **Ley de Ampère-Maxwell:**
$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_l + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

## Ondas Electromagnéticas

Al tomar el rotor en la ley de Faraday y la ley de Ampère-Maxwell y aplicar la siguiente identidad vectorial (Ver Aux 1):

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{F}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) - \nabla^2 \mathbf{F}$$

Se llega a que las ecuaciones para $\mathbf{E}$ y $\mathbf{B}$ en el vacío son:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2}$$

Con $c = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}}$. Las ecuaciones antes mostradas son ecuaciones de onda, donde $c$ representa la velocidad de una onda electromagnética, o simplemente la velocidad de la luz. La solución más típica a esas ecuaciones son de tipo sinusoidal, las cuales escribiremos con una exponencial imaginaria para más conveniencia:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \delta)}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \delta)}$$

Resumen

Donde $\mathbf{k}$ es el número de onda.

## Condiciones de Borde:

$$E_1^t = E_2^t$$
$$\frac{B_1^t}{\mu_1} = \frac{B_2^t}{\mu_2}$$

Algo que es posible demostrar es que las ondas electromagnéticas están siempre en fase y además cumplen que $\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$. En concreto,

$$\mathbf{B} = \frac{1}{c}\hat{k} \times \mathbf{E}$$

Para problemas de reflexión y transmisión, se definen los coeficientes $R$ y $T$ de la forma:

$$R = \frac{I_r}{I_i}, \quad T = \frac{I_t}{I_i}$$

Donde $I$ es la intensidad de la onda electromagnética, la cual se calcula como:

$$I = \frac{1}{2} v \epsilon E_0^2$$