

Auxiliar #01

PPL

Metodología

Para resolver un *problema de programación lineal*, más conocido como **PPL**, muchas veces el contexto del ejercicio resulta tortuoso y dificulta su comprensión y resolución. Sin embargo, nunca se debe olvidar qué preguntas importantes debemos plantearnos para así, resolver correctamente el problema y poder abordar el ejercicio de manera más simple.

1. Identificar el problema, ¿Qué es lo que nos están preguntando o pidiendo decidir?, ¿cuál es la tarea operacional?
2. Identificar qué condiciones debemos cumplir a la hora de buscar este objetivo, es decir, ¿qué normas debemos cumplir?, ¿cuáles son las restricciones?
3. Identificar cuál es el objetivo general o más importante, es decir, ¿cuál es la función objetivo?, ¿qué meta queremos alcanzar como organización?
4. Identificar el contexto general del problema, ¿qué datos me aportan información relevante?

Al considerar las 3 primeras preguntas anteriores, lo que buscamos es encontrar las variables de decisión (**VD**), restricciones del problema (**R**) y la función objetivo (**F.O.**). Una vez declaradas éstas, se encuentra resuelto el problema y no se requiere anotaciones adicionales. Notar que la cuarta pregunta planteada, sirve para entender el contexto general y darse cuenta qué es lo que estamos buscando, es decir, sirven para poder armar y encontrar correctamente las 3 partes esenciales de un PPL, **VD**, **R** y **F.O.**

Pregunta 1

Problema de la Mochila

Usted desea irse de viaje por un mes, para lo cual debe armar su equipaje. El viaje es largo y su maleta pequeña, por lo cual no le cabe todo lo que le gustaría llevar y debe decidir cuales cosas deben ir con usted. Su maleta tiene capacidad **CAP**, además, tiene i distintos candidatos a ingresar a su maleta, de un conjunto I , cada uno de ellos le ocupa un espacio a_i de volúmen y le genera una utilidad u_i al ser llevado con usted a su viaje. Se le solicita decidir cuales objetos llevar con tal de maximizar su utilidad total.

Solución

Como primer paso, nos planteamos las 4 preguntas expuestas en la metodología, posibles respuestas son:

Pregunta 1:

- debe armar su equipaje
- debe decidir cuales cosas deben ir con usted

Por lo tanto nos dicen que explícitamente, para cada uno de los elementos que me gustaría llevar, debo decidir si lo llevo o no lo llevo, es decir, una variable de decisión binaria.

Pregunta 2:

- Su maleta tiene capacidad **CAP**

Por lo tanto nos señalan que de todos los objetos que decidamos llevar, estos en conjunto no pueden superar un volumen en específico, hay que priorizar.

Pregunta 3:

- con tal de maximizar su utilidad total

En esta parte nos responden cual es la meta, el objetivo más importante, *tener mayor utilidad*.

Pregunta 4:

- i distintos candidatos de un conjunto I
- a_i de volumen
- u_i de utilidad

Con esta información, nos aclara los conjuntos de datos que tenemos (el conjunto I), nos da el volumen de cada objeto para ayudarnos a armar la restricción de capacidad y nos entrega la utilidad de cada objeto para ayudarnos a construir la función objetivo, donde se nos pide explícitamente esta información.

1. Conjuntos¹

$I = \{1, \dots, I\} \rightarrow$ Objetos para guardar

2. Variables de decisión

$$X_i = \begin{cases} 1, & \text{si llevo el objeto } i \\ 0, & \text{si no} \end{cases}$$

3. Restricciones

(a) Naturaleza de la variable.

$$X_i \in \{0, 1\}$$

(b) No pasar la capacidad

$$\sum_{i \in I} X_i * a_i \leq Cap$$

¹ Algunas literaturas consideran importante declarar los conjuntos con los cuales se trabajan. Sin embargo, durante el curso solo se consideran necesarios de declarar VD, R y F.O., siendo *Conjuntos* una información que solo aporta valor a la/el estudiante a resolver el problema, por lo que queda a su criterio escribirlo explícitamente o no.

4. Función Objetivo

$$\max \sum_{i \in I} X_i * u_i$$

Pregunta 2

Incoludido, una empresa chilena productora y vendedora de papel higiénico y relacionados y que combate la colusión en el país. Esta empresa, piensa instalar plantas de producción en la zona sur para lanzar sus productos al mercado local, por lo que necesita decidir su plan de producción para el próximo año. La empresa puede fabricar N productos distintos y la elaboración de cada uno de ellos implica la compra de una máquina especializada para su elaboración a un costo de f_n . Además, el costo variable de producir una unidad del producto n es de c_n . Así, si se decide elaborar el producto n se deberá necesariamente incurrir en un costo de f_n más los costos variables por elaboración del producto y si se decide no fabricarlo, no se incurrirá en ningún tipo de gasto. Si la demanda pronosticada para el producto n es de D_n unidades ($n=1\dots N$) pudiendo venderse dicho producto a un precio de p_n . Si para toda su operación de expansión hacia la zona sur del país dispone de un presupuesto igual a **PPTO**, entonces formule un PPL mixto que resuelva el problema de encontrar el conjunto de productos que la empresa debe fabricar, para así maximizar utilidades y seguir combatiendo la colusión y entregando precios justos a las personas.

Solución

Identificando las respuestas a las preguntas esenciales se tiene:

- decidir su plan de producción. Esto significa decidir qué produce y qué no (decisión binaria) y cuánto produce de cada elemento (decisión entera).
- la elaboración de cada uno de ellos implica la compra de una maquina especializada.
- dispone de un presupuesto igual a **PPTO**.
- la demanda pronosticada para el producto n es D_n
- para así maximizar utilidades.
- f_n maquina especializada
- c_n costo variable
- p_n precio de venta

1. Variables de Decisión

$$y_n = \begin{cases} 1, & \text{si se decide producir producto } n \\ 0, & \text{si no} \end{cases}$$

$$x_n = \text{unidades de producto } n \text{ a producir}$$

2. Restricciones

(a) Naturaleza de Variables

$$y_n \in \{0, 1\} \wedge x_n \in \mathbb{Z}_0^+$$

(b) Demanda Acotada

$$x_n \leq D_n$$

(c) Producir solo si se compra la máquina

$$x_n \leq y_n M \quad M \gg 1$$

(d) Presupuesto disponible

$$\sum_{n=1}^N f_n y_n + c_n x_n \leq PPTO$$

3. Función Objetivo

$$\max \sum_{n=1}^N (p_n x_n - f_n y_n - c_n x_n)$$

Resumen

- Mucha información en el enunciado, solo poca es relevante.
- Solo debemos responder a 3 preguntas relevantes para obtener **VD, R y F.O.**
- Problemas binarios, donde se decide *sí* o *no*.
- Problemas enteros, donde se decide *cuánto*.
- Problemas mixtos, donde se decide *sí* o *no* y también *cuánto*.
- Restricción naturaleza de variables siempre debe ir, fijo!!
- Restricción relación entre variables siempre debe ir, fijo!!
- Para que sea lineal el problema, las **VD** solo se pueden sumar o restar entre ellas, nunca multiplicar o dividir, ahí **deja de ser lineal**.