Auxiliar 5: Repaso C1

Profesoras: Gabrielle Nornberg, Jessica Trespalacios J.
Auxiliares: Sivert Escaff Gonzalez, Ignacio Dagach Abugattas

P1. Para comenzar: Axiomas de Cuerpo

a) Demuestre que si $a, b \in \mathbb{R}$ son tales que $a + b = 1$ entonces $(ab)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$

b) Demuestre que si $a, b \in \mathbb{R}$ son tales que $-a = -b$ entonces $a = b$

P2. Matraca: Axiomas de Orden

a) Demuestre que, para $a, b, c \in \mathbb{R}_+$, $8abc \leq (a + b)(a + c)(b + c)$

b) Resuleva, para $x \in \mathbb{R}$, la inecuación $\dfrac{|x^2 - 9|}{x^2 - 5x + 6} + 2 \geq 5$

P3. De controles: Geometría Analítica

a) Considere el triangulo de vertices $A = (0, 0), B = (2b, 0)$ y $C = (c, d)$ que vive en el primer cuadrante. Definimos como L a la recta perpendicular a AB que pasa por B. R será el punto por donde corta al eje Y la recta perpendicular a AC que pasa por M, el punto medio de AB. Por M se traza la perpendicular a BC que corta a L en un punto S. Demuestre que RS y CM son perpendiculares.

b) Caracterice completamente el lugar geométrico de los puntos $P = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ que cumplen que existe una contante estrictamente negativa, y en módulo menor a 1, tal que, para $a > 0$ fijo, el producto de las pendientes de las rectas que pasan por P y $A = (a, 0)$, y por P y $A' = (-a, 0)$, es igual a dicha constante.