IMPULSO

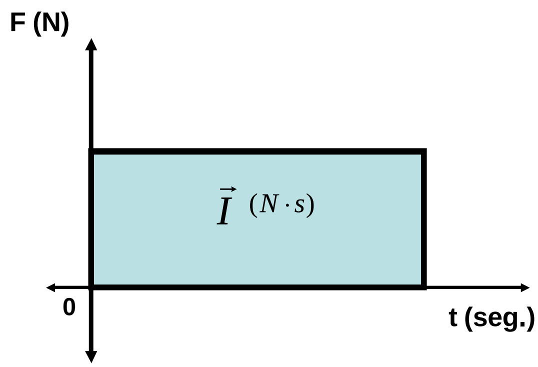
El cambio de momentum se produce por una fuerza que actúa en un intervalo tiempo, sobre un cuerpo

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{F} &= m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \\ \vec{F} \cdot \Delta t &= m \cdot \Delta \vec{v} = \Delta \vec{p}\end{aligned}}$$

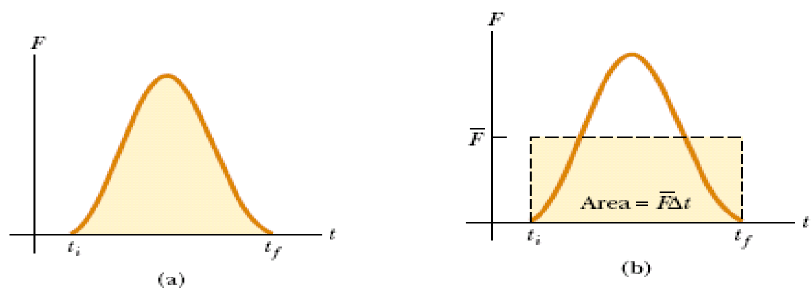
La variación del momentum es igual al Impulso (el impulso es un vector)

$$\boxed{\Delta \vec{P} = \vec{I} \quad (N \cdot s)}$$

Impulso para una Fuerza Constante



Impulso cuando la Fuerza es Variable

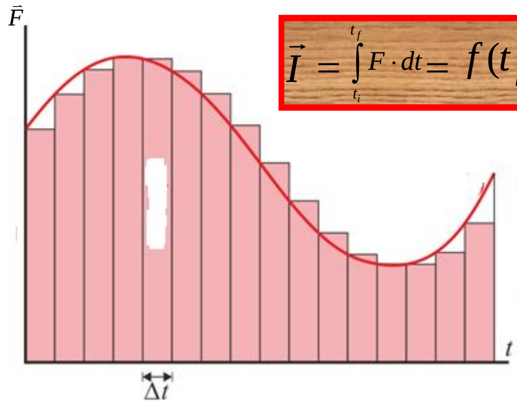


Una fuerza que actúa sobre una partícula puede variar en el tiempo. El área bajo la curva representa el Impulso.

La fuerza promedio da el mismo impulso a la partícula en tiempo Δt que la fuerza variable en el mismo intervalo de tiempo.

$$\vec{I} = \sum_{i=1}^{n} (\vec{F} \cdot \Delta t) \ (N \cdot s)$$

$$si \ n \to \infty$$
$$\Delta t \to 0$$



$$\boxed{\vec{I} = \int_{t_i}^{t_f} F \cdot dt = f(t_f) - f(t_i)}$$

El momentum de una partícula cambia si una fuerza neta actúa sobre la partícula

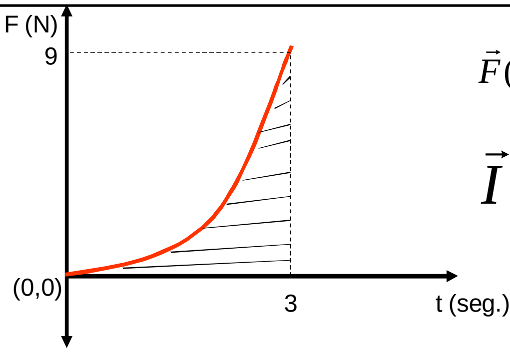
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \Rightarrow d\vec{p} = \vec{F}dt$$

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \int_{ti}^{tf} \vec{F}dt$$

$$\boxed{\vec{I} = \int_{ti}^{tf} \vec{F}dt = \Delta\vec{p}}$$

El impulso es igual al cambio de momentum de la partícula.

Ejemplo:



$$\vec{F}(t) = t^2\hat{i}\ (N)$$

$$\vec{I} = \int_0^3 t^2\hat{i}\,dt$$

$$\vec{I} = \frac{t^3}{3}\hat{i}\,\Big|_{t=0}^{t=3}$$

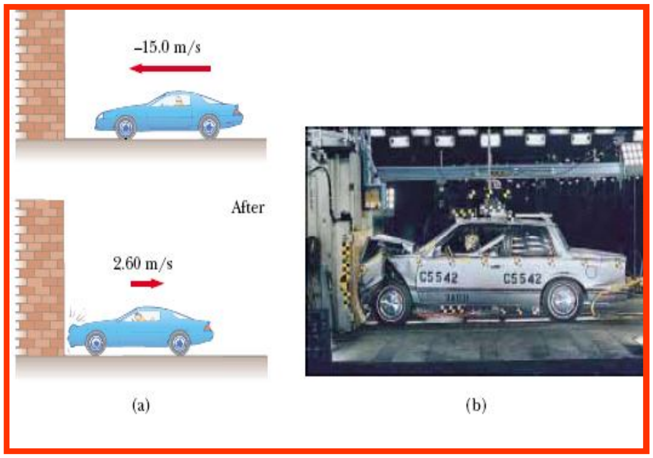
$$\boxed{\vec{I} = 9\hat{i}\ (N \cdot seg)}$$

$$\boxed{\vec{I} = \Delta\vec{p} = \overline{F}\Delta t}$$

$$\boxed{\overline{F} = \frac{1}{\Delta t}\int_{ti}^{tf}\vec{F}dt}$$

Ejemplo

m = 1500 kg



El tiempo de choque con la muralla fue de t = 0,15 seg

Impulso = ?

Fuerza promedio = ?

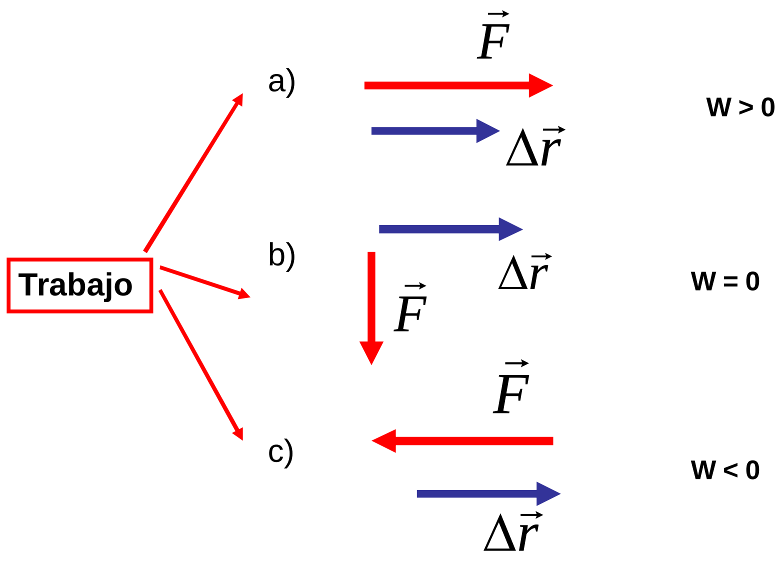
Trabajo Mecánico

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} \cos\alpha \quad (N \cdot m)$$

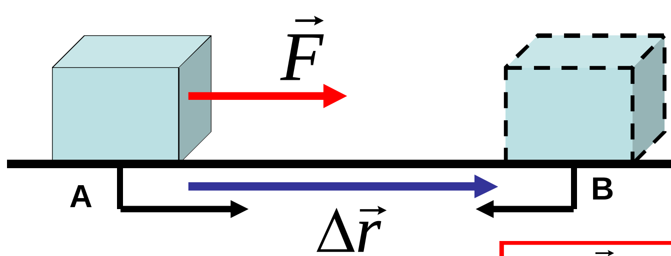
Trabajo y Energía

Unidad

1 N m = 1 Joule



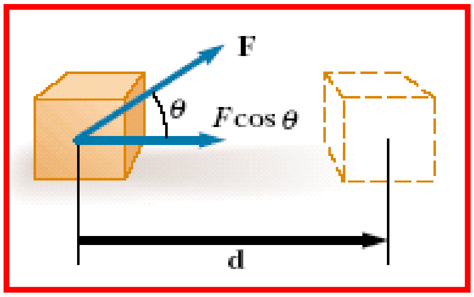
Trabajo Realizado por una Fuerza Constante en un ángulo de cero grado



$$\boxed{W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} \ (J)}$$

El trabajo **es poder desplazar un objeto o partícula desde un punto "A" a un punto "B"**

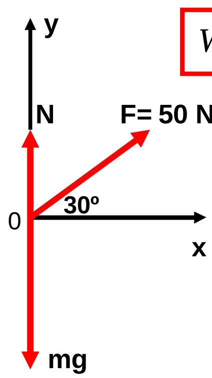
Trabajo realizado por una Fuerza Constante en una dirección distinta de cero grado



$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} \cos\alpha$$

Ejemplo - 1

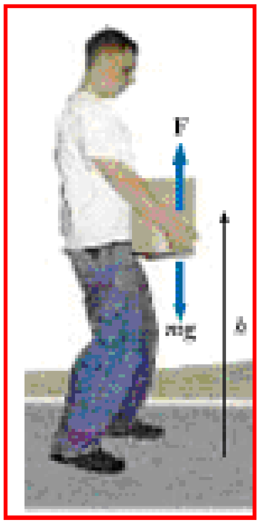
Un hombre que limpia su departamento jala una aspiradora con una fuerza 50 N. la Fuerza forma un ángulo de 30º con la horizontal, como se muestra en la figura. La aspiradora se desplaza 3 metros hacia la derecha. Calcule el trabajo efectuado por la Fuerza que realiza el hombre.

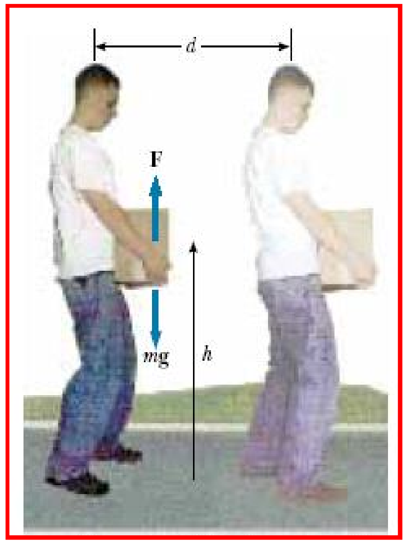


$$W = F \cdot \cos 30^{o} (N) \cdot 3(m)$$

$$W = 130(Nm)$$

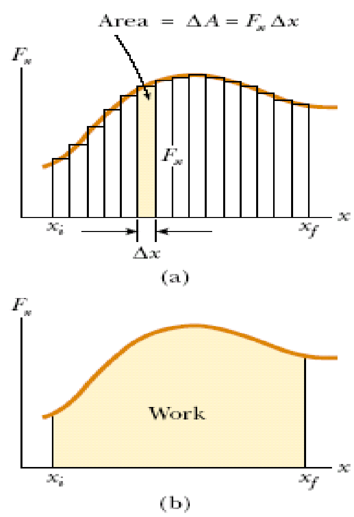
$$W = 130(J)$$

a) 

b) 

Trabajo Realizado por una Fuerza Variable

$$\lim_{\substack{\Delta x \to 0 \\ n \to \infty}} \sum_{i=1}^{n} \vec{F}x_i \cdot \Delta x_i = \int_{xi}^{xf} F dx$$



$$W = \int_{xi}^{xf} F \cdot dx$$

Ejemplo – 2

Sobre un cuerpo de masa 3 kg. Que está en reposo actúa una Fuerza variable.

$\boxed{F(t) = 6\,t\hat{\imath} + 3\hat{\jmath}\ \ (N)}$

Calcule: la posición y la energía cinética después de 2 segundos

$$\vec{F}(t) = m \cdot \vec{a} \quad (N)$$

$$\vec{a} = \frac{6t\hat{i} + 3\hat{j}}{3} \quad m/s^2$$

$$\boxed{\vec{a} = 2t\hat{i} + \hat{j} \quad m/s^2}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = 2t\hat{i} + \hat{j}$$

$$d\vec{v} = \left(2t\hat{i} + \hat{j}\right) dt$$

$$\int_0^v d\vec{v} = \int_0^t \left(2t\hat{i} + \hat{j}\right) dt$$

$$\boxed{\vec{v}(t) = t^2\hat{i} + t\hat{j} \quad m/s}$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = t^2\hat{i} + t\hat{j}$$

$$d\vec{r} = \left(t^2\hat{i} + t\hat{j}\right) dt$$

$$\int_0^r d\vec{r} = \int_0^t \left(t^2\hat{i} + t\hat{j}\right) dt$$

$$\vec{r}(t) = \frac{t^3}{3}\hat{i} + \frac{t^2}{2}\hat{j} \quad (m)$$

$$\boxed{\vec{r}(2) = \frac{2^3}{3}\hat{i} + \frac{2^2}{2}\hat{j} \quad (m)}$$

$$\vec{v}(t) = t^2\hat{i} + t\hat{j}$$

$$\vec{v}(t) \cdot \vec{v}(t) = \left(t^2\hat{i} + t\hat{j}\right) \cdot \left(t^2\hat{i} + t\hat{j}\right)$$

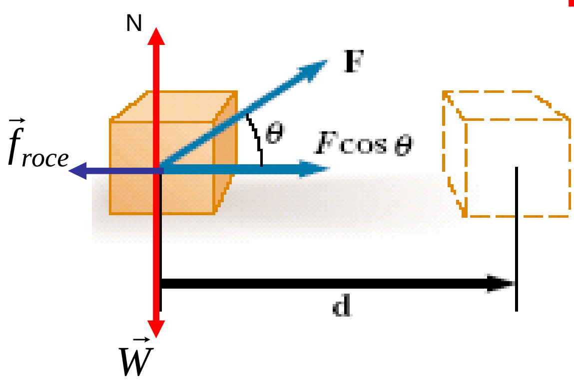
$$\vec{v}(2) \cdot \vec{v}(2) = \left(2^2\hat{i} + 2\hat{j}\right) \cdot \left(2^2\hat{i} + 2\hat{j}\right) = 20$$

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2}\, 3 \cdot 20 = 30 \ (J)}$$

El trabajo Neto o Total: Es la suma de todos los trabajos que realizan las distintas Fuerzas

$$W_{total} = W_1 + W_2 + W_3 + \dots\dots\dots + W_N$$

$$\boxed{W_{neto} = \sum_{i=1}^{n} W_i}$$



Energía Cinética para una Fuerza Variable

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} \Rightarrow W = \int m \cdot \vec{a} \cdot d\vec{r}$$

$$W = \int m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} \Rightarrow W = m \int \frac{d\vec{r}}{dt} \cdot d\vec{v}$$

$$W = m \int_{Vi}^{Vf} \vec{v} \cdot d\vec{v}$$

$$W = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Big|_{v_i}^{v_f} \Rightarrow W = \frac{1}{2} m \cdot v_f^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_i^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} m\, v^2 \quad \text{(Joule)}$$

El trabajo es siempre igual a la variación de la energía cinética

$$\boxed{W = \Delta\, E_c}$$

Energía Potencial Gravitatoria

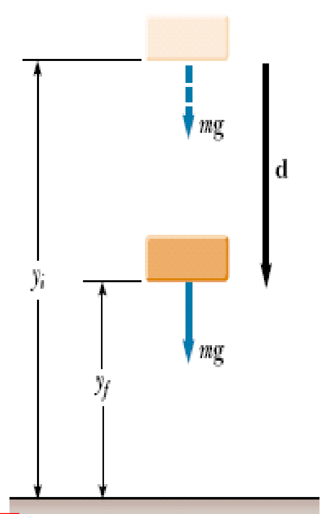
$$W = -mg \cdot y_f + mg \cdot y_i$$

$$W = -mg\,(y_f - y_i)$$

$$W = -(mg \cdot y_f - mg \cdot y_i)$$

$$W = -(E_{pf} - E_{pi})$$

$$\boxed{W = -\Delta E_p}$$



Fuerza Conservativas

El trabajo que realiza una partícula que se mueve entre 2 puntos cualquiera es independiente de la trayectoria.

El trabajo realizado por una Fuerza conservativa, ejercida sobre una partícula que se mueve por una trayectoria cerrada es cero.

La conservación de la energía requiere que la energía mecánica total de un sistema aislado permanezca constante.

Fuerza No Conservativas

El trabajo que realiza una partícula que se mueve entre 2 puntos cualquiera depende de su trayectoria

El trabajo total realizado por una Fuerza no conservativa, es distinto de cero.

No hay conservación de la energía

Si no hay Fuerzas externas que realicen trabajo sobre el sistema y además Fuerzas no conservativas, la energía mecánica total del sistema es constante

La Energía Mecánica total (E.M.) en un sistema se le define como la suma de la Energía Cinética y la Energía Potencial gravitatoria.

$$W = \Delta E_c$$

$$\Delta E_c = -\Delta E_p$$

$$W = -\Delta E_p$$

$$E_{cf} + E_{pf} = E_{ci} + E_{pi} = C^{te}$$

$$\boxed{E_t = E_c + E_p}$$

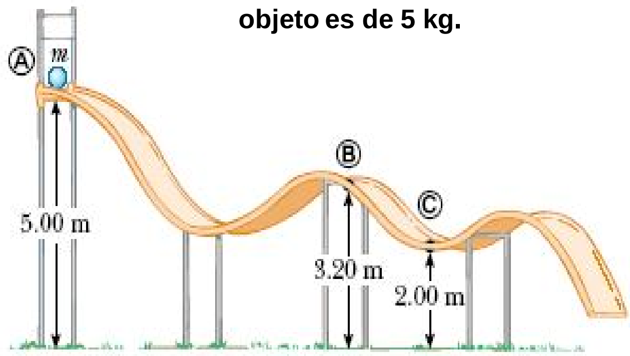
Teorema de la Conservación de la Energía

Cuando las Fuerzas son conservativas, la energía total de una partícula, se mantiene constante.

$$\boxed{E_t = E_c + E_p = Cte}$$

Ejemplo:

La masa de del objeto es de 5 kg.



$$\boxed{E_t = E_c + E_p}$$

A:

$E_c = 0$ (J)

$E_p = 250$ (J)

$E_t = 250$ (J)

$\boxed{v = 0\ (m/s)}$

B:

$E_p = 160$ (J)

$E_c = 90$ (J)

$E_t = 250$ (J)

$\boxed{v = 6\ (m/s)}$

C:

$E_p = 100$ (J)

$E_t = 250$ (J)

$E_c = 150$ (J)

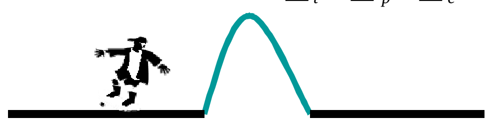
$\boxed{v = 7{,}7\ (m/s)}$

Problema – 4 (tarea)

Ud. se desliza raudamente en una patineta, cuando de pronto se encuentra con un montículo de aproximadamente 80 cm de alto.

Determine la velocidad que debería llevar para sobrepasar la cima a 2 (m/s). (no considerar el roce entre las ruedas y el pavimento)

$$E_t = E_p + E_c$$



$$E_c = E_t$$

Potencia

Se define como la tasa de transferencia de energía en el tiempo o bien como la rapidez con que se hace trabajo

Potencia promedio

$$\overline{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad \text{J/s}$$

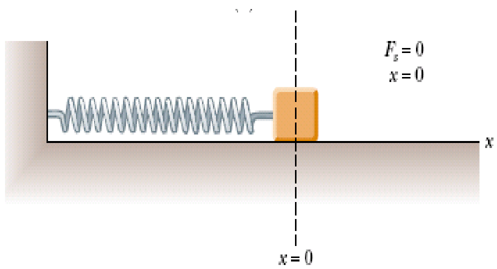
1 J/s = watt

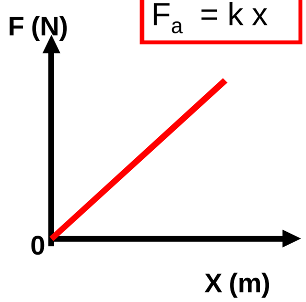
Si un agente aplica una fuerza constante a un objeto que se mueve con una velocidad, entonces la potencia es igual a la fuerza por la velocidad

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt} = F \cdot v \text{(J/s)}$$

Sistema Masa Resorte

Trabajo Realizado por una Fuerza Aplicada





$$\boxed{F_a = k\,x}$$

$$W = \int_0^x F dx$$

$$W = \int_0^x kx dx \Rightarrow W = k \left.\frac{x^2}{2}\right|_0^x$$

$$W = k\left(\frac{x^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right)$$

$$\boxed{\begin{array}{l} W = k\,\dfrac{x^2}{2} (Joule) \\ W = \Delta E_e \end{array}}$$

Energía Elástica

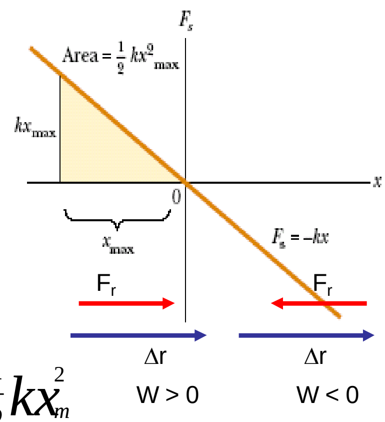
$$\boxed{E_e = \frac{1}{2} k \cdot x^2 \text{ (J)}}$$

Trabajo Realizado por el Resorte

Ley de Hooke

$$\boxed{F_R = -kx \ (N)}$$

K: es la constante elástica del resorte



$$W = \int_{xi}^{xf} F_R = \int_{-xm}^{0} -kx dx = \frac{1}{2} k x_m^2$$

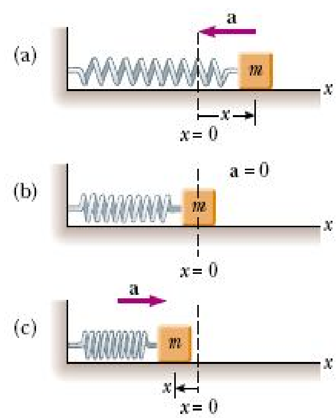
Sistema Masa Resorte

F = - k x

m a = - k x

$$\boxed{a = -\frac{k \cdot x}{m}}$$

$$\boxed{\frac{k}{m} = \omega^2}$$



Periodo (T):

Es el tiempo que demora en dar una oscilación completa

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega} \text{ (seg.)}}$$

$$\boxed{T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ (seg.)}}$$

Frecuencia (f)

Es el número de oscilaciones en un segundo

$$\boxed{f = \frac{1}{T} \text{ (Hz)}}$$

$$\boxed{f = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \text{ (Hz)}}$$