

Herramientas Estadísticas en Investigación I

Cristián Garrido Inostroza



¿Qué es la estadística?

- Etimología: “Contar los bienes del estado”
 - Censos de población
 - Recuento de bienes e inventarios
- “La estadística es la ciencia, pura y aplicada, que crea, desarrolla y aplica técnicas para la descripción de datos y la evaluación de la incertidumbre de inferencias inductivas” (modificada de Steel & Torrie, 1985).
 1. Métodos → Creación y desarrollo de teoría y métodos
 2. Evaluación de la incertidumbre (probabilidad) de proposiciones (hipótesis) inferidas por inducción (lógica)



¿Qué es y para que sirve el análisis estadístico?

- La estadística es la disciplina que se ocupa de:
 - Recolección, organización y procesamiento de datos
 - Obtener inferencias a partir de un volumen de datos al observar solo una parte de estos

- Método científico
 1. Detección y enunciado del problema → Pregunta
 2. Formulación de hipótesis → Respuesta
 3. Deducción de consecuencia verificable → Lo particular
 4. Verificación de la consecuencia
 - Cs exactas: Lógica / Cs no exactas: **Procedimientos estadísticos**
 5. Conclusión → Acepta / Rechaza / Modifica la hipótesis



Método estadístico



Estadística Descriptiva

- Describe y sintetiza la información
- Índices estadísticos / Métodos gráficos

Una población con densidad de probabilidad entonces se cumple que:

$$Var[\hat{\theta}] \geq \frac{-(1+b'(\theta))^2}{nE\left[\frac{\partial^2 \ln f(x, \theta)}{\partial \theta^2}\right]}$$

Un estimador tiene una varianza que coincide con el límite inferior se dice que es un **estimador eficiente**.

Estadística Matemática

- Sustento matemático de la teoría
- Desarrollo de métodos estadísticos



Estadística Inferencial

- Analizar e inferir (Probabilidad)
- Contraste de hipótesis / Intervalos de confianza



Método estadístico

- Recolección y análisis de la información: 2 etapas
- Planificación
 1. Definición de objetivos: Qué, cómo, dónde, cuándo, por qué
 2. Universo del estudio
 3. Diseño muestral
 4. Definición de unidades de observación
 5. Plan de tabulación y análisis de la información
- Ejecución
 1. Recolección de la información
 2. Elaboración de la información
 3. Análisis de resultados



Unidad de análisis y variables

- **Unidad de análisis**

- Objetos que serán observados: Personas (sujetos), piezas histológicas, imagen radiológica, etc.

- **Atributos**

- Características que importan para el estudio: Sexo, edad, talla, peso, presencia de enfermedad X, escolaridad, circunferencia de la cintura, etc.

- **Variables**

- Atributos evaluados como caracte atributo

Atributo	Evaluación
Sexo	Femenino
Edad	50 años
Talla	165 cm
Peso	72 Kg
Circunferencia de cintura	90 cm



Unidad de análisis y variables

- **Escalas de medida:** Valores de las variables poseen unidades de medida. Inherentes a como se mide la variable
 - Nominales: Cualitativa
 - Ordinales: Cualitativa
 - Intervalares (de razón):
 - Discretas (Naturales): 0,1,2,3...
 - Continuas (Reales): Son discretizables. Ej: Edad → Precisión

Variables	Escala de Medida	Poder de Clasificación
Cualitativas	Nominal	Sólo es capaz de nombrar o etiquetar la unidad de análisis. Por ej.: Sexo, Raza, Nacionalidad.
	Ordinal	Es capaz de nombrar, pero además introduce una jerarquía en las unidades observadas. Por ej.: Grado que se cursa en el sistema escolar básico, Nivel educacional.
Cuantitativas	Intervalar y de Razón	Es capaz de nombrar, jerarquizar, pero además permite hacer comparaciones matemáticas entre las unidades de análisis. Por ej.: Talla, Edad, Peso, Temperatura.



Operacionalización de variables

Variables	Descripción	Escala	Niveles
Paciente	Numeral único por paciente	Ordinal discreta	Valor entre 1 y 36
Sexo	Expresión gonadal	Binaria	0 = Hombre 1 = Mujer
Fecha de nacimiento	Día/mes/año de nacimiento de cada paciente	Numérica discreta	Sin nivel
Edad	Años cumplidos a la fecha del control	Cuantitativa continua (discretizada mediante recodificación)	1 = menos de 20 2 = 20 a 30 3 = 30 a 40 4 = 40 a 50 5 = 50 y más
Control	Numeral que indica el número del control	Ordinal discreta	0 = Basal 1 = 1 ^{er} Control 2 = 2 ^o Control 3 = 3 ^{er} Control
Fecha del examen	Día/mes/año del control de cada paciente	Numérica discreta	Sin nivel
Meses	Periodo transcurrido del basal a un determinado control	Cuantitativa discreta	Valor entre 0 y 47
Volumen de SB	Volumen encefálico total de axones mielinizados	Cuantitativa continua	Medido en mililitros
Volumen de SG	Volumen encefálico total de somas neuronales y dendritas	Cuantitativa continua	Medido en mililitros
Volumen de LCR	Volumen encefálico total de LCE presente en los espacios ventriculares, surcos y subaracnoideo	Cuantitativa continua	Medido en mililitros



¿De dónde se extraen las variables?

- **Población:** Conjunto Universo de las unidades de análisis. Finita o Infinita
 - Diámetro de eritrocitos en un individuo → Todos los eritrocitos de esa persona
 - Población infinita
 - Nivel de creatinina en pacientes en diálisis de Santiago
 - Población finita

- **Muestra:** Subconjunto del Universo de las unidades de análisis. Finita y factible
 - Características “ineludibles” → Conclusiones estadísticamente válidas (representatividad)
 - Buena muestra:
 - Aleatoria: Sin predilección para incluir o excluir una unidad de análisis
 - Tamaño muestral: Número de unidades de análisis a escoger.
 - Suficientemente grande → Generalización de los resultados
 - Teoría de Muestreo



Tipos de muestreo (básico)

1. Muestreo Aleatorio Simple (MAS)

- Todas las unidades tienen la misma probabilidad de ser muestreadas

2. Muestreo Aleatorio Estratificado (MAE)

- Formar una muestra en base a submuestras aleatorias sorteadas en cada población

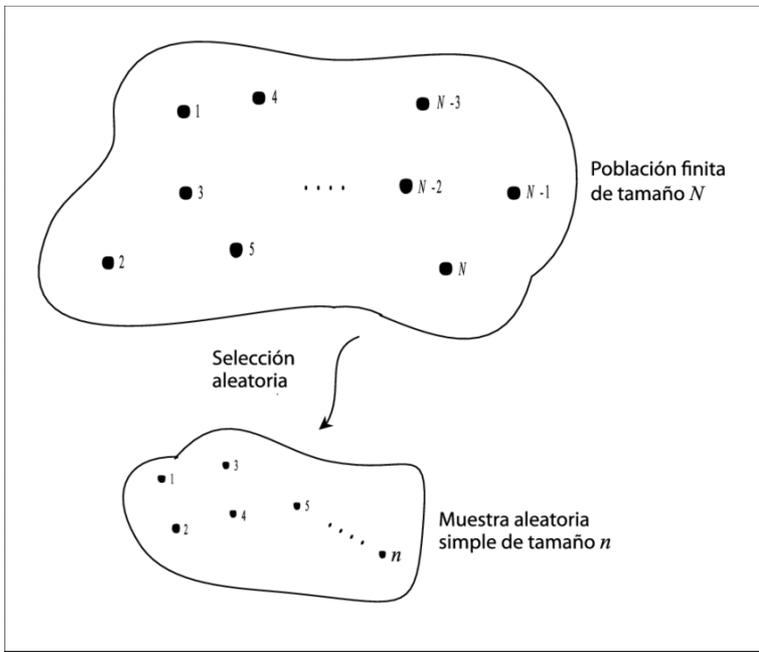
3. Muestreo por conglomerados

- Las unidades forman grupos o aglomeraciones (Familias, colegios, hospitales, etc). Las unidades muestrales son estos núcleos y éstos se muestrean

4. Muestreo sistemático

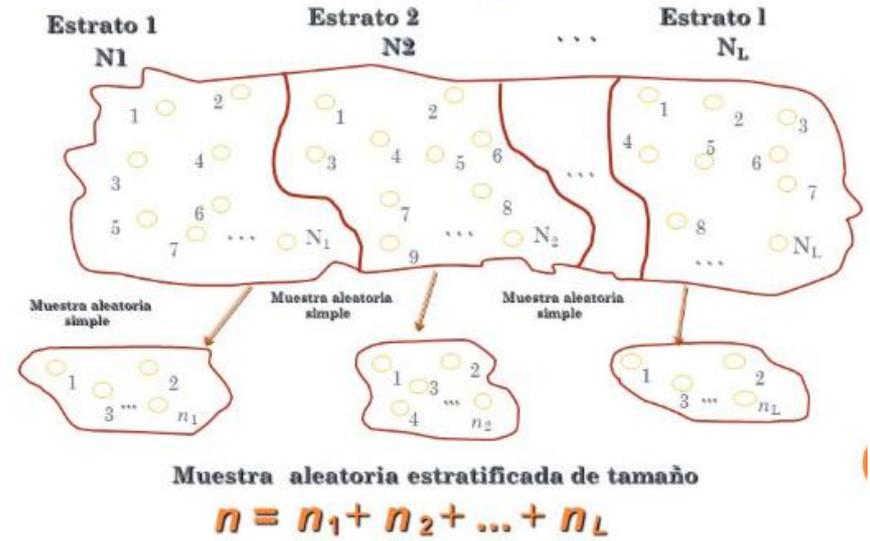
- Selección de unidades tomando una de cada k unidades espaciadas por $k=N/n$



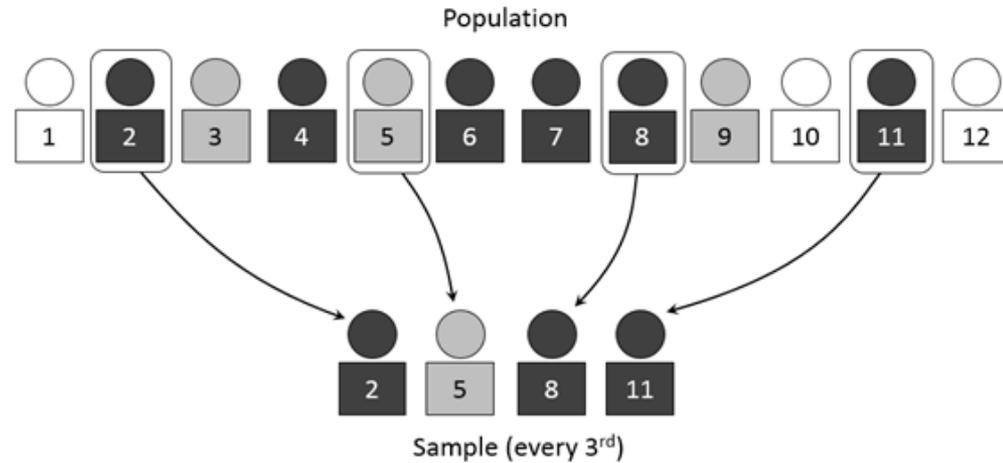
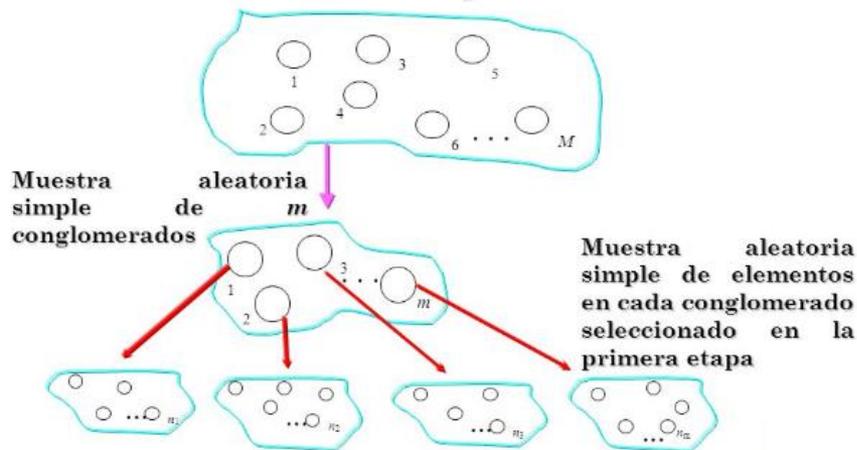


Población finita de tamaño

$$N_1 + N_2 + \dots + N_L = N$$



Población finita de M conglomerados



Estadística Descriptiva



Estadística descriptiva

- Permite ordenar, resumir y representar la información recolectada
 - Descripción cuantitativa del fenómeno sin proyectarlos al Universo
 - Depende de la naturaleza de la variable y escala de medida
 - Representación en tablas y gráficos → 1ª impresión
 - Adecuados a la naturaleza de la variable
- Variables:
 - Cualitativas nominales: Sin orden en la categoría. Incluye dicotómicas
 - Cualitativas ordinales: Variables siguen un orden (Apgar, estadio de Tu)
 - Cuantitativas continuas: Toman cualquier valor
 - Cuantitativas discretas: No admiten valores intermedios (enteros)



Variables cualitativas

- Objetivo
 - Conocer frecuencia absoluta y/o relativa de casos por cada categoría de la variable → Moda
 - Gráfico adecuado: Barras y de sectores (torta)
 - Tabla adecuada: Tabla de frecuencias

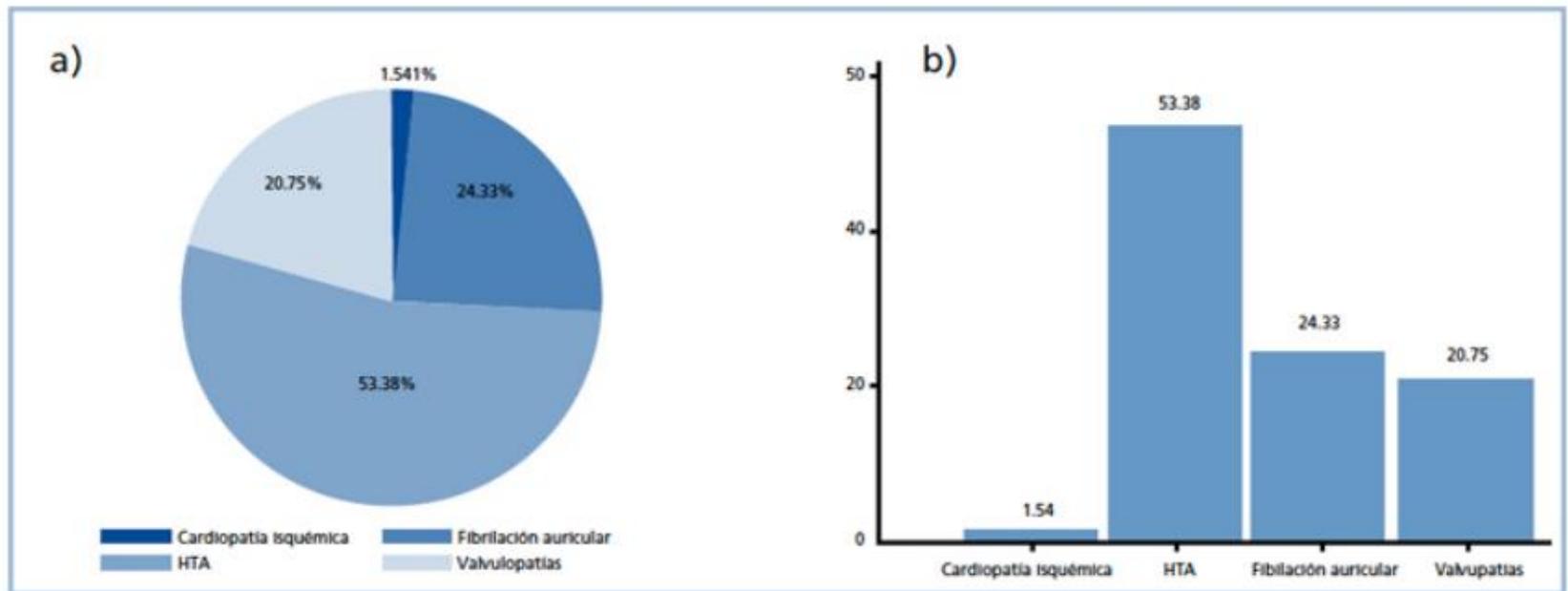


Figura 1. Distribución de las etiologías de insuficiencia cardíaca.

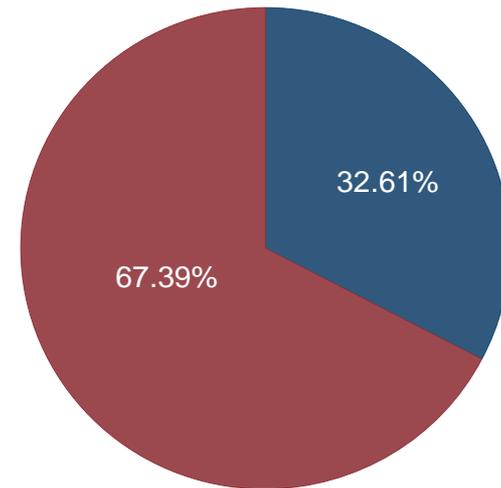


patient	edad	sex	edss1	menos10	entre10a49	entre50a99	mas100
1	1	30	2	2.5	0	1	0
2	2	37	2	2.5	0	1	0
3	3	27	2	2.5	0	1	0
4	4	24	1	1	0	1	0
5	5	22	2	3	0	1	0
6	6	39	2	1.5	0	1	0
7	7	24	2	0	1	0	0
8	8	27	2	1	1	0	0
9	9	49	2	2	0	1	0
10	10	35	2	1	0	0	0
11	11	35	2	2	1	0	0
12	12	52	2	2	0	1	0
13	14	31	2	1.5	0	1	0
14	15	42	1	3.5	0	0	0
15	16	23	1	0	0	1	0
16	17	25	1	1.5	0	1	0
17	18	22	2	0	0	1	0
18	19	20	1	1	1	0	0
19	20	34	1	2	0	1	0

. tab sex

sex	Freq.	Percent	Cum.
1	15	32.61	32.61
2	31	67.39	100.00
Total	46	100.00	

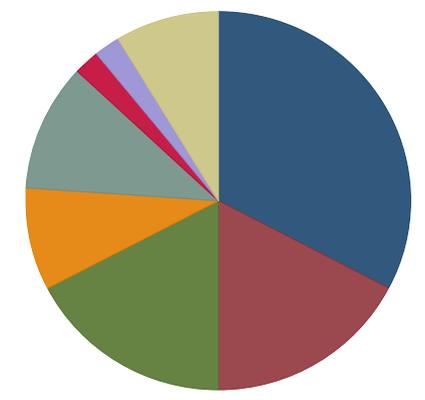
Grafico de torta según sexo



var10[28]

	patient	edad	sex	edss1	menos10	entre10a49	entre50a99	mas100
1	1	30	2	2.5	0	1	0	0
2	2	37	2	2.5	0	1	0	0
3	3	27	2	2.5	0	1	0	0
4	4	24	1	1	0	1	0	0
5	5	22	2	3	0	1	0	0
6	6	39	2	1.5	0	1	0	0
7	7	24	2	0	1	0	0	0
8	8	27	2	1	1	0	0	0
9	9	49	2	2	0	1	0	0
10	10	35	2	1	0	0	0	0
11	11	35	2	2	1	0	0	0
12	12	52	2	2	0	1	0	0
13	14	31	2	1.5	0	1	0	0
14	15	42	1	3.5	0	0	0	0
15	16	23	1	0	0	1	0	0
16	17	25	1	1.5	0	1	0	0
17	18	22	2	0	0	1	0	0
18	19	20	1	1	1	0	0	0
19	20	34	1	2	0	1	0	0

Grafico de torta según Escala de Kurtzke

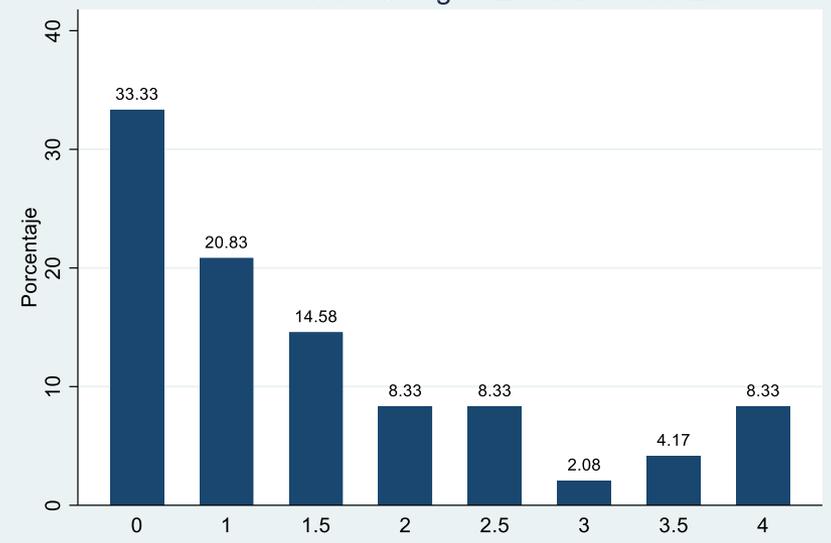


0=32.61%	1=17.39%
1.5=17.39%	2=8.7%
2.5=10.87%	3=2.17%
3.5=2.17%	4=8.7%

. tab EDSS1

EDSS1	Freq.	Percent	Cum.
0	16	33.33	33.33
1	10	20.83	54.17
1.5	7	14.58	68.75
2	4	8.33	77.08
2.5	4	8.33	85.42
3	1	2.08	87.50
3.5	2	4.17	91.67
4	4	8.33	100.00
Total	48	100.00	

Gráfico de barras según Escala de Kurtzke



VARIABLES CUANTITATIVAS

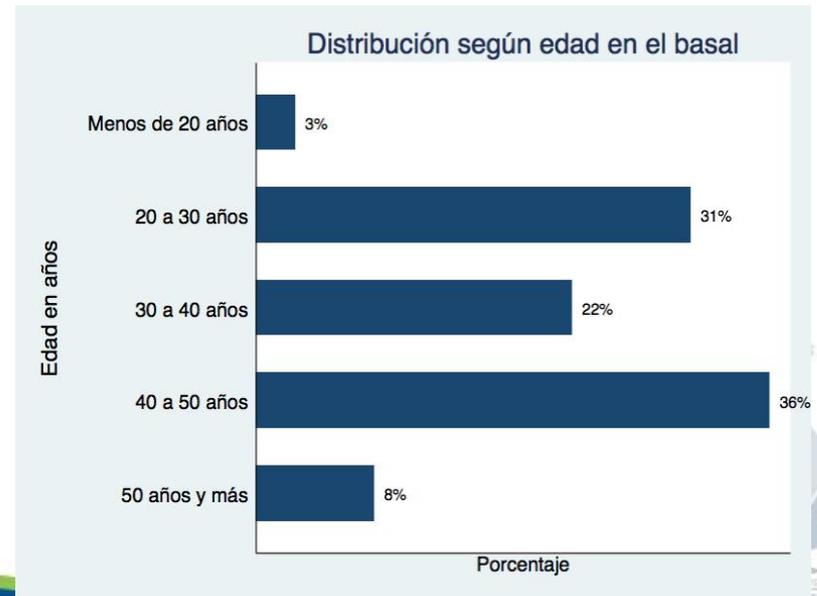
Objetivo

- Conocer distribución y/o simetría de los datos
- Escala discreta con pocos valores → Moda
 - Número de partos, número de recidivas
- Gráficos adecuados: Histogramas, gráficos de cajas, polígonos de frecuencia, barras por intervalo
- Tabla adecuada: Tabla de frecuencias por intervalo

```
. stem edad
Stem-and-leaf plot for edad

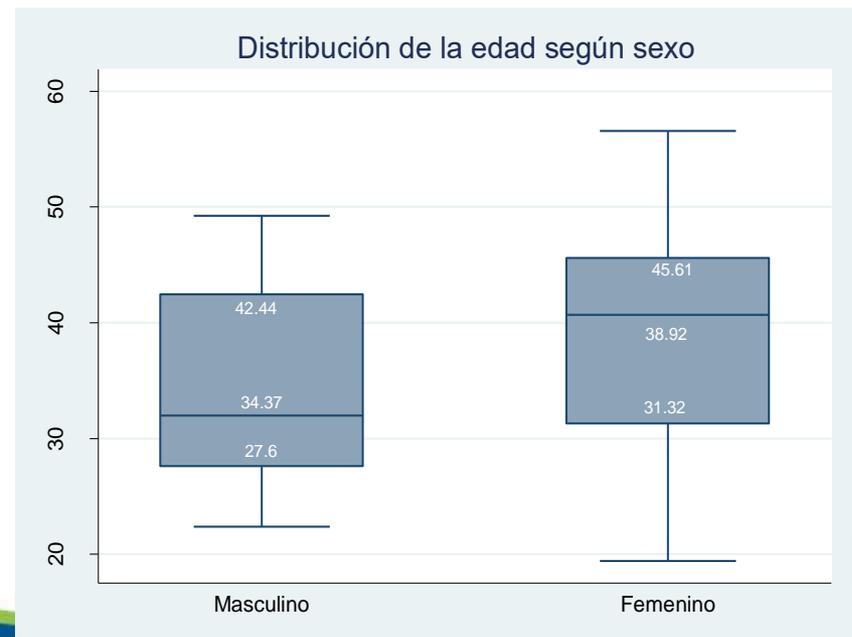
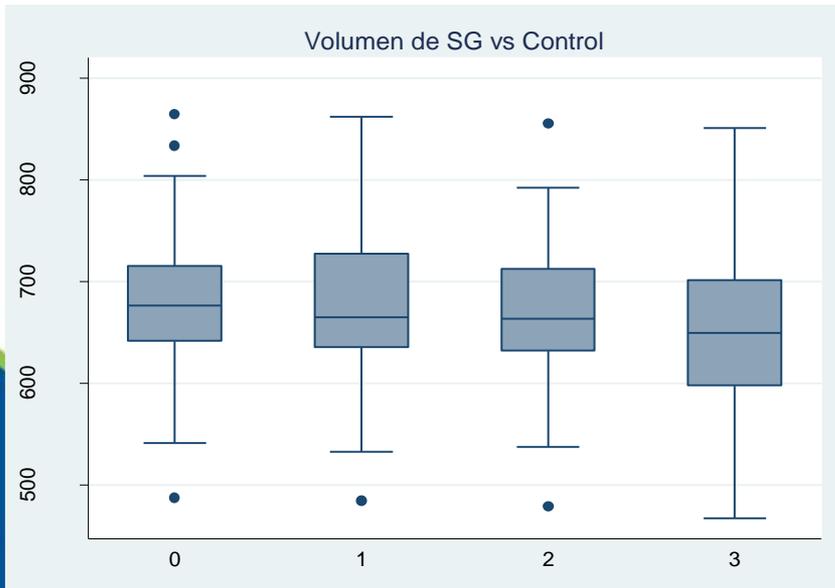
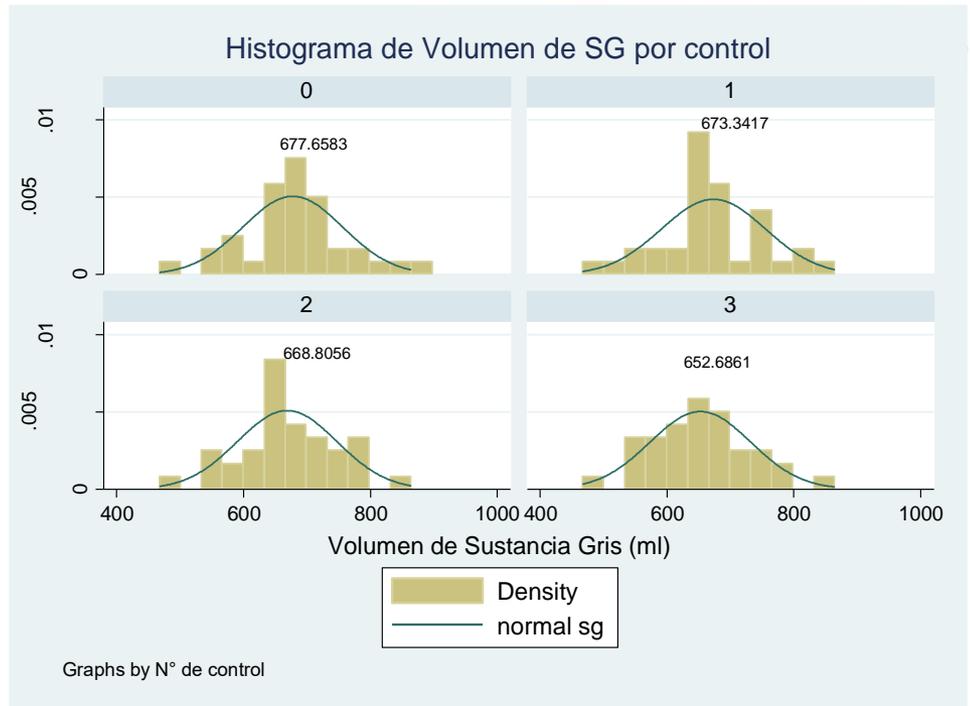
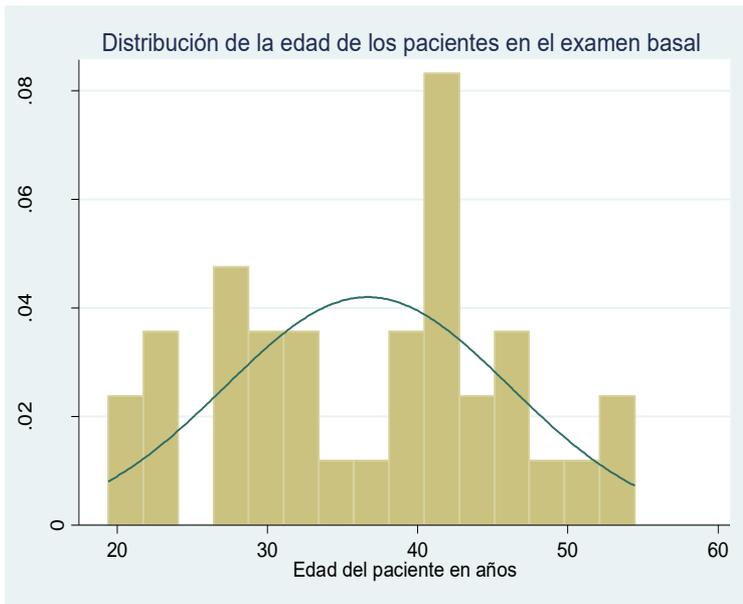
1. | 8
2* | 002233444
3. | 557777789
3* | 0001114
3. | 55557779
4* | 24
4. | 5599
5* | 2223
5. | 79
```

RECODE of edad (Edad del paciente en años)	Freq.	Percent	Cum.
Menos de 20 años	1	2.78	2.78
20 a 30 años	11	30.56	33.33
30 a 40 años	8	22.22	55.56
40 a 50 años	13	36.11	91.67
50 años y más	3	8.33	100.00
Total	36	100.00	



```
. sum edad if control=0
```

Variable	Obs	Mean	Std. Dev.	Min	Max
edad	36	36.67306	9.501392	19.41	54.46



Estadígrafos o Estadísticos

- Son números resúmenes
 - Permiten concluir sobre la estructura de la muestra
 - Se construyen con todos los datos recolectados
- Tienen distinto fines
 - **Posición (Orden)**
 - Tendencia central
 - Dispersión (Variabilidad)
 - Forma

Si tenemos estos datos: 12, 7, 15, 13

Muestra de n datos al menos en escala ordinal → Orden → Ranking

$X_1=7$, $X_2=12$, $X_3=13$, $X_4=15$

X_1 = Mínimo

X_n = Máximo



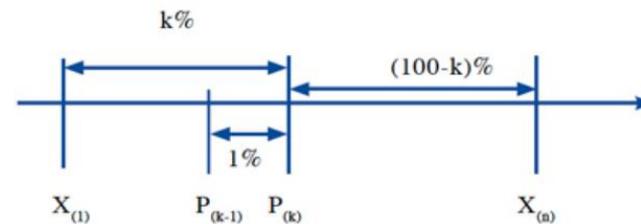
Estadígrafos de posición

- Informan sobre el orden en la estructura de la muestra
- Mínimo y máximo
- Percentiles
 - Cada uno de los números que dividen la muestra en 100 partes iguales. Son 99 ($P_{(k)}$)
 - Dado un percentil $P_{(k)}$
 - Divide la muestra en dos partes
 - Inferior: Contiene $k\%$ inferior de las observaciones
 - Superior: Contiene el $(100-k)\%$ de las observaciones
 - Percentiles populares
 - Cuartiles: $Q_1, Q_2, Q_3 \rightarrow P_{25}, P_{50}, P_{75}$
 - Quintiles: $C_1, C_2, C_3, C_4 \rightarrow P_{20}, P_{40}, P_{60}, P_{80}$
 - Deciles: $D_1, D_2, \dots, D_9 \rightarrow P_{10}, P_{20}, \dots, P_{90}$



var10[28]

	patient	edad	sex	edss1	menos10	entre10a49	entre50a99	mas100
1	1	30	2	2.5	0	1	0	0
2	2	37	2	2.5	0	1	0	0
3	3	27	2	2.5	0	1	0	0
4	4	24	1	1	0	1	0	0
5	5	22	2	3	0	1	0	0
6	6	39	2	1.5	0	1	0	0
7	7	24	2	0	1	0	0	0
8	8	27	2	1	1	0	0	0
9	9	49	2	2	0	1	0	0
10	10	35	2	1	0	0	0	0
11	11	35	2	2	1	0	0	0
12	12	52	2	2	0	1	0	0
13	14	31	2	1.5	0	1	0	0
14	15	42	1	3.5	0	0	0	0
15	16	23	1	0	0	1	0	0
16	17	25	1	1.5	0	1	0	0
17	18	22	2	0	0	1	0	0
18	19	20	1	1	1	0	0	0
19	20	34	1	2	0	1	0	0



. sum edad, d

edad

Percentiles		Smallest			
1%	18	18			
5%	20	20			
10%	22	20	Obs		46
25%	25	22	Sum of Wgt.		46
50%	31		Mean		34.08696
			Std. Dev.		10.97437
			Variance		120.4367
			Skewness		.6693867
			Kurtosis		2.378025



Estadígrafos de tendencia central

- Informan sobre aglutinación de datos en torno a ciertos valores representativos propios del fenómeno
- **Mediana (Me):** Divide la muestra en dos partes iguales
 - Es el P50
- **Moda (Mo):** Valor que más se repite en la muestra
 - Solo existe en las variables discretas
- **Media aritmética o promedio aritmético (\bar{X})**
 - Mas conocido y usado
 - Centro de masa de la muestra (Cada dato igual al promedio)

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

Sensible a datos extremos





var10[28]

	patient	edad	sex	edss1	menos10	entre10a49	entre50a99	mas100
1	1	30	2	2.5	0	1	0	0
2	2	37	2	2.5	0	1	0	0
3	3	27	2	2.5	0	1	0	0
4	4	24	1	1	0	1	0	0
5	5	22	2	3	0	1	0	0
6	6	39	2	1.5	0	1	0	0
7	7	24	2	0	1	0	0	0
8	8	27	2	1	1	0	0	0
9	9	49	2	2	0	1	0	0
10	10	35	2	1	0	0	0	0
11	11	35	2	2	1	0	0	0
12	12	52	2	2	0	1	0	0
13	14	31	2	1.5	0	1	0	0
14	15	42	1	3.5	0	0	0	0
15	16	23	1	0	0	1	0	0
16	17	25	1	1.5	0	1	0	0
17	18	22	2	0	0	1	0	0
18	19	20	1	1	1	0	0	0
19	20	34	1	2	0	1	0	0

```
. stem edad
```

Stem-and-leaf plot for edad

```

1. | 8
2* | 002233444
2. | 557777789
3* | 0001114
3. | 55557779
4* | 24
4. | 5599
5* | 2223
5. | 79

```

```
. sum edad,d
```

edad

Percentiles		Smallest		
1%	18	18		
5%	20	20		
10%	22	20	Obs	46
25%	25	22	Sum of Wgt.	46
50%	31		Mean	34.08696
			Std. Dev.	10.97437
		Largest		
75%	42	52	Variance	120.4367
90%	52	53	Skewness	.6693867
95%	53	57	Kurtosis	2.378025
99%	59	59		



Estadígrafos de dispersión

- Informan sobre la inhomogeneidad de los datos

Alumno	N	%						Total
Pedro	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0
Pablo	2.0	3.0	7.0	4.0	6.0	5.0	1.0	4.0

- **Rango o Recorrido:**
 - $\text{Rango} = X_n - X_1$
 - $\text{Rango}(\text{Pedro}) = 4 - 4 = 0$ / $\text{Rango}(\text{Pablo}) = 7 - 1 = 6$
- **Rango Intercuartílico:** Permite ubicar la Me (50% de los datos) entre Q_3 y Q_1
 - $\text{IQR} = Q_3 - Q_1$
- Muestra no es de distribución simétrica: 5 estadígrafos
 - Mínimo / Q_1 / Me / Q_3 / Máximo

Estadígrafos de dispersión

Alumno	N	%						Total
Pedro	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0
Pablo	2.0	3.0	7.0	4.0	6.0	5.0	1.0	4.0

- Desviación Estándar (S_x o σ_x):**

- Desviación del dato respecto al promedio (d_i) = $X_i - \bar{X}$

$$S_x = \sqrt{\frac{d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

$$S_x = \sqrt{\frac{d_1^2 + d_2^2 + \dots + d_n^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{28}{7-1}} = 2.16$$

- Mayoría de los datos está entre el $\bar{X} \pm S_x \rightarrow 4-2.2$ y $4+2.2$, es decir 1.8 y 6.2

- Coeficiente de Variabilidad (C.V):**

- Porcentaje de variabilidad

$$C.V. = \frac{S_x}{\bar{X}} \cdot 100\%$$

$$C.V. = \frac{2.16}{4} \cdot 100\% = 54\%$$

Estadígrafos de dispersión

Alumno	N	%						Total
Pedro	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0
Pablo	2.0	3.0	7.0	4.0	6.0	5.0	1.0	4.0

- **Varianza (V_x o σ_x^2):**

- Es el cuadrado de la desviación estándar

$$V_x = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1} = 4.667$$

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= E[(X - \mu)^2] \\ &= E[(X^2 - 2X\mu + \mu^2)] \\ &= E[X^2] - 2\mu E[X] + \mu^2 \\ &= E[X^2] - 2\mu^2 + \mu^2 \\ &= E[X^2] - \mu^2. \end{aligned}$$

- Datos muy alejados de la media $\rightarrow S_x$ y V_x serán grandes

- Al aumentar $n \rightarrow$ Disminuye S_x y V_x

- Datos iguales $\rightarrow S_x$ y V_x son iguales a 0

- V_x y S_x sensibles a cambio de valor (valores atípicos) u omisión

	pedro	pablo
1	4	2
2	4	3
3	4	7
4	4	4
5	4	6
6	4	5
7	4	1

Alumno	N	%							Total
Pedro	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0
Pablo	2.0	3.0	7.0	4.0	6.0	5.0	1.0		4.0

$$Vx = \frac{\sum_{i=1}^n (Xi - \bar{X})^2}{n - 1} = 4.667$$

```
. dis ((2-4)^2)+((3-4)^2)+((7-4)^2)+((4-4)^2)+((6-4)^2)+((5-4)^2)+((1-4)^2)/(7-1)
4.6666667
```

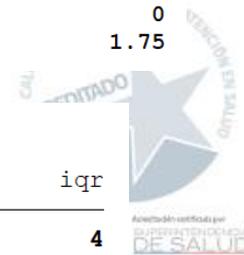
```
. dis sqrt(((2-4)^2)+((3-4)^2)+((7-4)^2)+((4-4)^2)+((6-4)^2)+((5-4)^2)+((1-4)^2)/(7-1))
2.1602469
```

```
. sum pedro pablo,d
```

pedro				pablo			
Percentiles	Smallest			Percentiles	Smallest		
1%	4	4		1%	1	1	
5%	4	4		5%	1	2	
10%	4	4	Obs	10%	1	3	7
25%	4	4	Sum of Wgt.	25%	2	4	7
50%	4		Mean	50%	4		4
			Std. Dev.				2.160247
75%	4	Largest		75%	6	Largest	
90%	4	4	Variance	90%	7	5	4.666667
95%	4	4	Skewness	95%	7	6	0
99%	4	4	Kurtosis	99%	7	7	1.75

```
. tabstat pablo,s(min max range v sd cv semean median iqr)
```

variable	min	max	range	variance	sd	cv	se(mean)	p50	iqr
pablo	1	7	6	4.666667	2.160247	.5400617	.8164966	4	4





var10[28]

	patient	edad	sex	edss1	menos10	entre10a49	entre50a99	mas100
1	1	30	2	2.5	0	1	0	0
2	2	37	2	2.5	0	1	0	0
3	3	27	2	2.5	0	1	0	0
4	4	24	1	1	0	1	0	0
5	5	22	2	3	0	1	0	0
6	6	39	2	1.5	0	1	0	0
7	7	24	2	0	1	0	0	0
8	8	27	2	1	1	0	0	0
9	9	49	2	2	0	1	0	0
10	10	35	2	1	0	0	0	0
11	11	35	2	2	1	0	0	0
12	12	52	2	2	0	1	0	0
13	14	31	2	1.5	0	1	0	0
14	15	42	1	3.5	0	0	0	0
15	16	23	1	0	0	1	0	0
16	17	25	1	1.5	0	1	0	0
17	18	22	2	0	0	1	0	0
18	19	20	1	1	1	0	0	0
19	20	34	1	2	0	1	0	0

Ojo: EVA promedio 7.3
Ordinal

```
. tabstat edad,stat(mean min max range sd variance cv median p25 p75 iqr)
```

variable	mean	min	max	range	sd	variance	cv	p50	p25	p75	iqr
edad	34.08696	18	59	41	10.97437	120.4367	.3219521	31	25	42	17

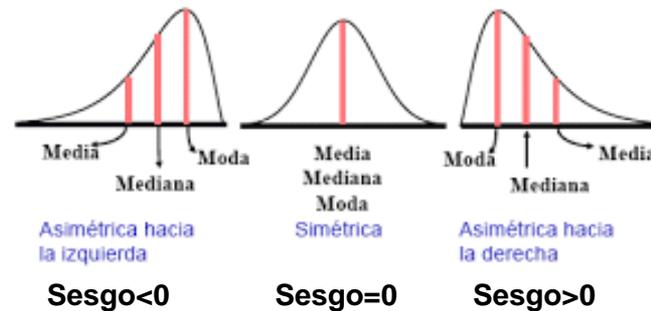
```
. sum edad,d
```

Percentiles		Smallest		
1%	18	18		
5%	20	20		
10%	22	20	Obs	46
25%	25	22	Sum of Wgt.	46
50%	31		Mean	34.08696
		Largest	Std. Dev.	10.97437
75%	42	52	Variance	120.4367
90%	52	53	Skewness	.6693867
95%	53	57	Kurtosis	2.378025
99%	59	59		



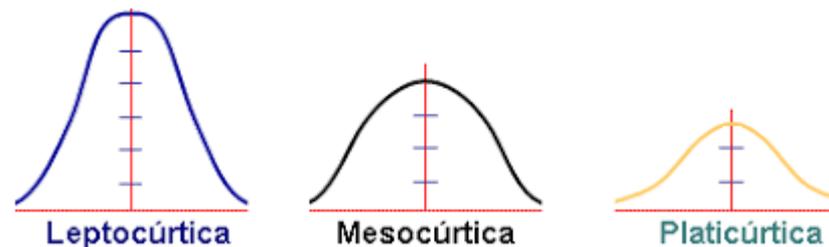
Estadígrafos de forma

- Números resúmenes que indican la morfología de la distribución de datos
- **Sesgo o asimetría**
 - Mide la asimetría de los datos respecto de la moda



- **Curtosis**

- Mide el grado de apuntamiento que tienen los datos $K(\text{normal})=3$

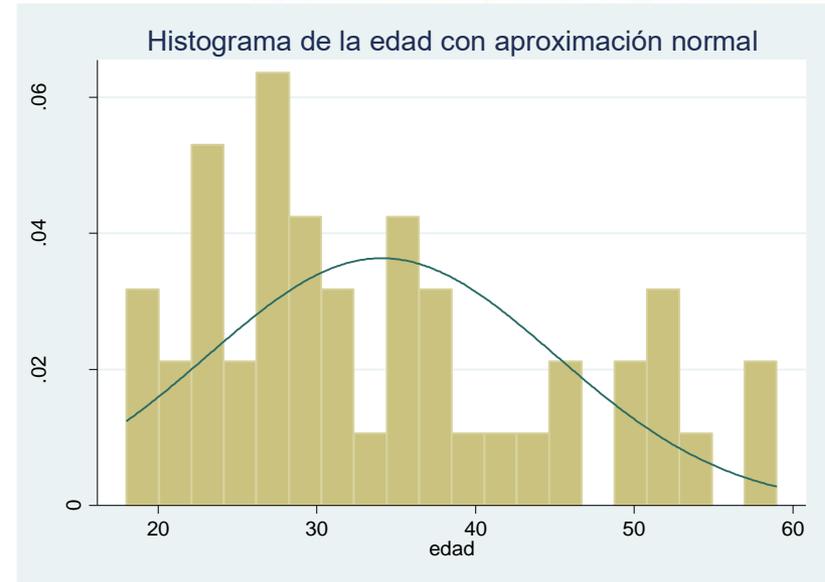


Data Editor (Edit) - [foniscorta.dta]

File Edit View Data Tools

var10[28]

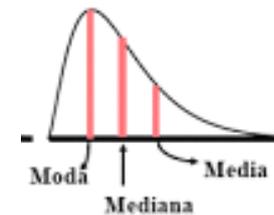
	patient	edad	sex	edss1	menos10	entre10a49	entre50a99	mas100
1	1	30	2	2.5	0	1	0	0
2	2	37	2	2.5	0	1	0	0
3	3	27	2	2.5	0	1	0	0
4	4	24	1	1	0	1	0	0
5	5	22	2	3	0	1	0	0
6	6	39	2	1.5	0	1	0	0
7	7	24	2	0	1	0	0	0
8	8	27	2	1	1	0	0	0
9	9	49	2	2	0	1	0	0
10	10	35	2	1	0	0	0	0
11	11	35	2	2	1	0	0	0
12	12	52	2	2	0	1	0	0
13	14	31	2	1.5	0	1	0	0
14	15	42	1	3.5	0	0	0	0
15	16	23	1	0	0	1	0	0
16	17	25	1	1.5	0	1	0	0
17	18	22	2	0	0	1	0	0
18	19	20	1	1	1	0	0	0
19	20	34	1	2	0	1	0	0



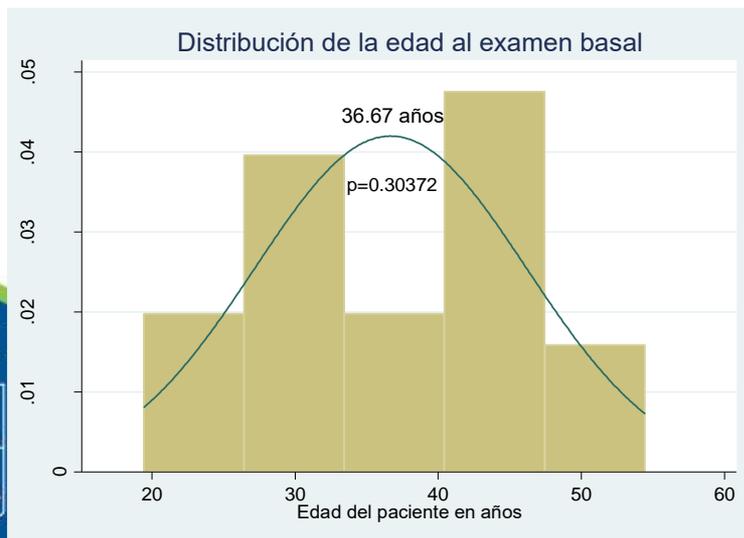
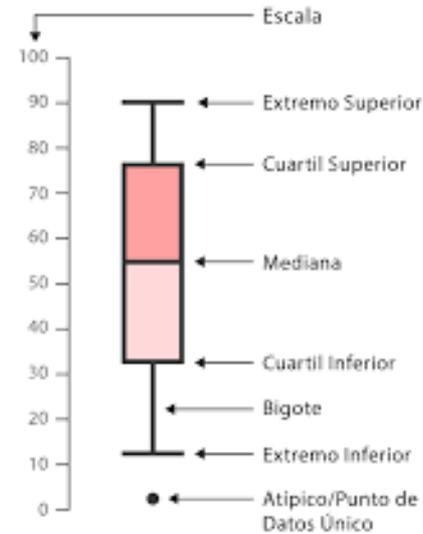
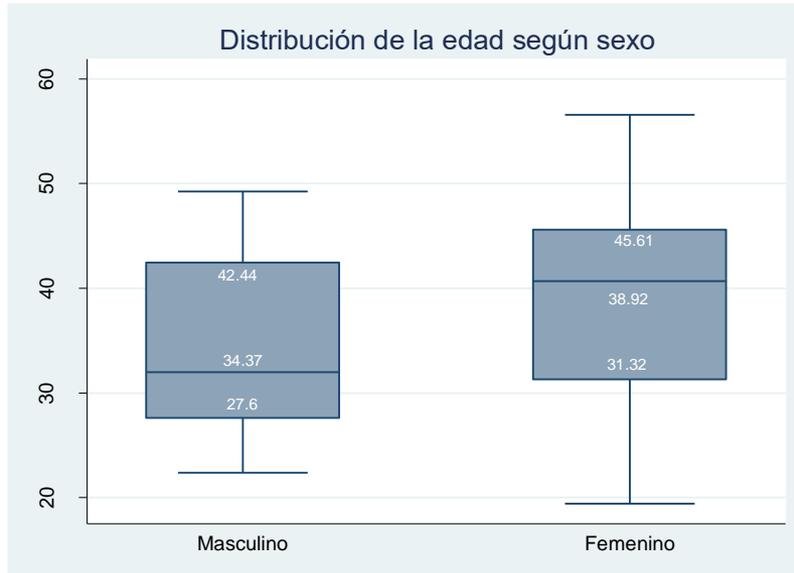
. sum edad,d

edad

Percentiles				
	Smallest	Largest		
1%	18	18	Obs	46
5%	20	20	Sum of Wgt.	46
10%	22	22	Mean	34.08696
25%	25	22	Std. Dev.	10.97437
50%	31		Variance	120.4367
75%	42	52	Skewness	.6693867
90%	52	53	Kurtosis	2.378025
95%	53	57		
99%	59	59		



Gráficos para VC y Estadígrafos

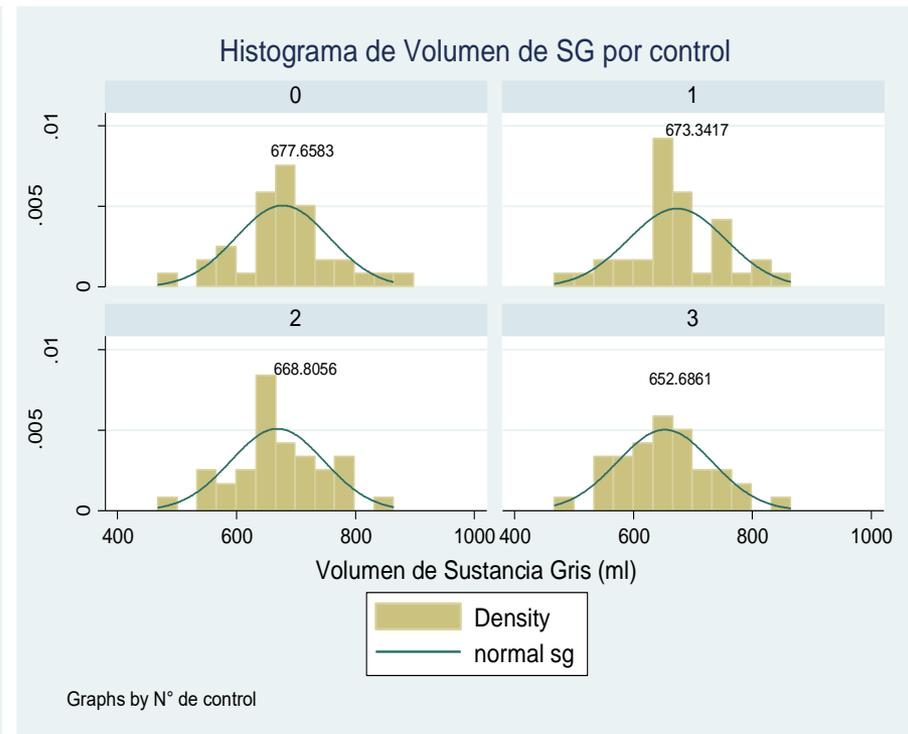
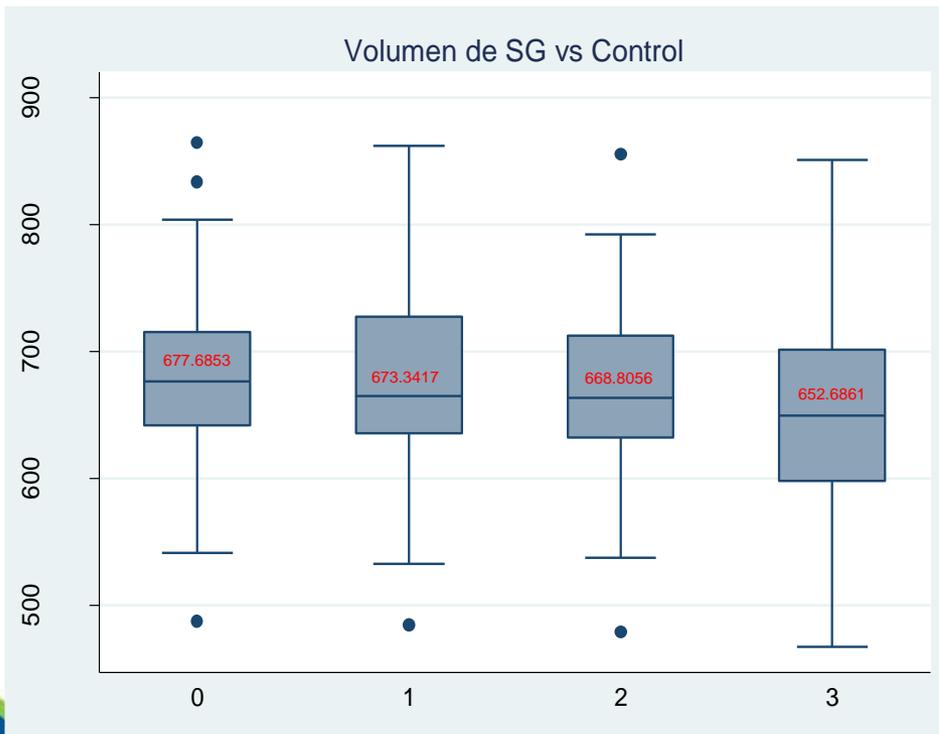


. sum edad if control==0,d

Edad del paciente en años			
Percentiles	Smallest		
1%	19.41	19.41	
5%	21.23	21.23	
10%	22.79	22.4	Obs 36
25%	28.675	22.79	Sum of Wgt. 36
50%	38.43		Mean 36.67306
			Std. Dev. 9.501392
75%	43.465	49.04	
90%	49.04	50.55	Variance 90.27646
95%	53.1	53.1	Skewness -.0499726
99%	54.46	54.46	Kurtosis 2.002432



Gráficos para VC y Estadígrafos



Herramientas Estadísticas en Investigación II

TM. Cristián Garrido Inostroza MCs.
Departamento de Radiología HCUCh



Estadística Inferencial



Error Aleatorio y Sistemático



Error Aleatorio	Error Sistemático
Impredecible	Predecible
Simétrico	Asimétrico
Inevitable / Estimable	Evitable / Corregible
Estimación y Control → Estadística	Prevenición y Control → Epidemiología
Falta de PRECISIÓN	Falta de VALIDEZ

MÁS PELIGROSO



Estadística inferencial: Estimación

- Razonamiento que procede de lo particular a lo general
 - Descripción cuantitativa del fenómeno proyectándolo al Universo
 - Depende de la naturaleza de la variable y escala de medida
 - Representación en tablas y gráficos → 1ª impresión
 - Adecuados a la naturaleza de la variable
- Estimación de parámetros:
 - En la población “vive el parámetro”, que se estima con estadígrafos (estimadores) en la muestra

Parámetro (Población)	Estimador (Muestra)
Tamaño (N)	Tamaño (n)
Media (μ)	Promedio (\bar{X})
Mediana (Me)	Mediana (me)
Proporción (P o Π)	Proporción (p)
Varianza poblacional (Vx)	Cuasivarianza (Vx)



Estadística inferencial: Estimación

- Estimación de parámetros:
 - MELI: “Mejor estimador lineal insesgado”
 - Estimación puntual
 - Estimación por intervalo
- **Distribución normal:**
 - Una variable aleatoria continua sigue una distribución normal de media μ y varianza σ^2 si:

- La variable toma cualquier valor $(-\infty, +\infty)$
- Su función de probabilidad es

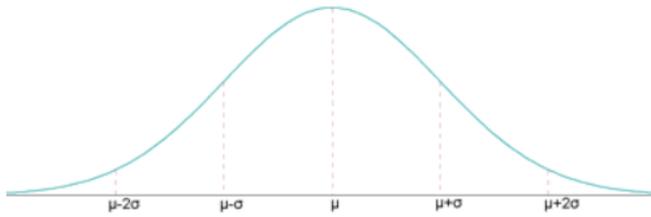
$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(u-\mu)^2}{2\sigma^2}} du, \quad x \in \mathbb{R}.$$

$$X \sim N(\mu, \sigma^2)$$

- Su función de densidad es

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$





- ◆ El campo de existencia es cualquier valor real, es decir, $(-\infty, +\infty)$.
- ◆ Es simétrica respecto a la media μ .
- ◆ Tiene un máximo en la media μ .
- ◆ Crece hasta la media μ y decrece a partir de ella.
- ◆ En los puntos $\mu - \sigma$ y $\mu + \sigma$ presenta puntos de inflexión.
- ◆ El eje de abscisas es una asíntota de la curva.

La probabilidad equivale al área encerrada bajo la curva.

$$p(\mu - \sigma < X \leq \mu + \sigma) = 0.6826 = 68.26 \%$$

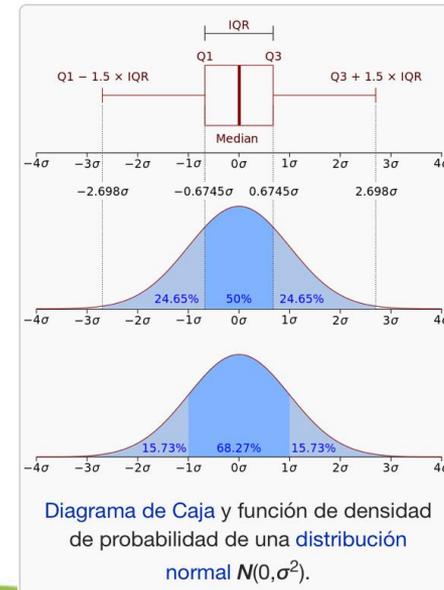
$$p(\mu - 2\sigma < X \leq \mu + 2\sigma) = 0.954 = 95.4 \%$$

$$p(\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma) = 0.997 = 99.7 \%$$

El área del recinto determinado por la función y el eje de abscisas **es igual a la unidad.**

Al ser **simétrica** respecto al eje que pasa por $x = \mu$, deja un **área igual a 0.5 a la izquierda y otra igual a 0.5 a la derecha.**

La probabilidad equivale al área encerrada bajo la curva.

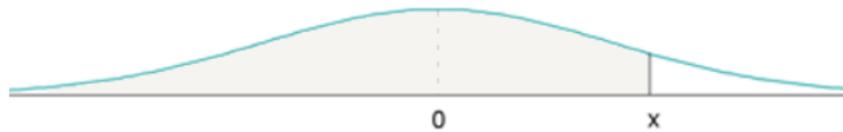


La **distribución normal estándar, o tipificada o reducida**, es aquella que tiene por **media** el valor **cero**, $\mu = 0$, y por **desviación típica** la **unidad**, $\sigma = 1$.

Su función de densidad es:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Su gráfica es:



Para poder utilizar la tabla tenemos que transformar la variable **X** que distribución **N(0, 1)**.

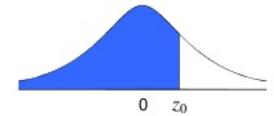
$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Tabla de la distribución normal N(0,1) para probabilidad acumulada inferior

$\mu =$ Media

$\sigma =$ Desviación típica

$$P(z \leq z_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z_0} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$



Tipificación: $z_0 = \frac{x - \mu}{\sigma}$

z_0	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	z_0
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	0,0
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	0,1
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	0,2
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	0,3
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	0,4
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	0,5
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	0,6
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	0,9
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	1,0
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	1,1
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	1,2
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	1,3
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	1,4
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	1,5
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	1,6
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	1,7
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	1,8
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	1,9
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	2,0
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	2,1
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	2,2
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	2,3
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	2,4
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	2,5
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	2,6
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	2,7
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	2,8
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	2,9
3,0	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900	3,0
3,1	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929	3,1
3,2	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950	3,2
3,3	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965	3,3
3,4	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976	3,4
3,5	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983	3,5
3,6	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989	3,6
3,7	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99993	3,7
3,8	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995	3,8
3,9	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997	3,9

$1-\alpha$	90%	92%	94%	95%	96%	97%	98%	99%
α	10%	8%	6%	5%	4%	3%	2%	1%
$z_{\alpha/2}$	1,645	1,751	1,881	1,960	2,054	2,170	2,326	2,576
z_{α}	1,282	1,405	1,555	1,645	1,751	1,881	2,054	2,326

Siendo:

$1-\alpha =$ Nivel de confianza
 $\alpha =$ Nivel de significación



z_0	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808

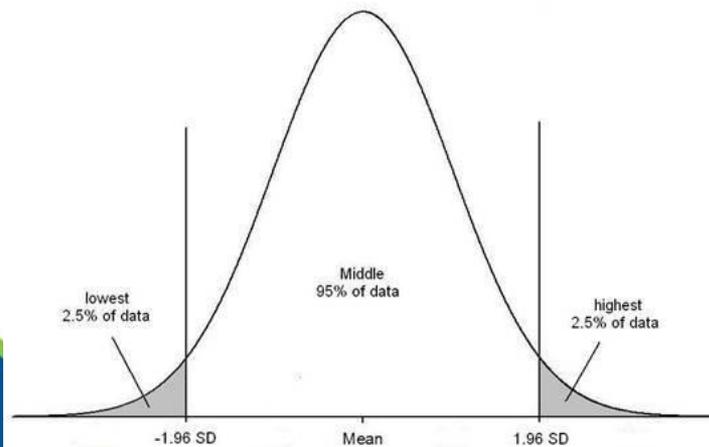
$X \sim N(0,1)$

95% = 0.95

$1 - 0.95 = 0.05 = \alpha \rightarrow \frac{0.05}{2} = 0.025 = \alpha/2$

$1 - \alpha/2 = 1 - 0.025 = 0.975 = Z_{1-\alpha/2} = Z_{1.96}$

Z=1.96 (Unidades de DE)



$1-\alpha$	90%	92%	94%	95%	96%	97%	98%	99%
α	10%	8%	6%	5%	4%	3%	2%	1%
$z_{\alpha/2}$	1,645	1,751	1,881	1,960	2,054	2,170	2,326	2,576
z_{α}	1,282	1,405	1,555	1,645	1,751	1,881	2,054	2,326

Siendo:

$1-\alpha$ = Nivel de confianza
 α = Nivel de significación

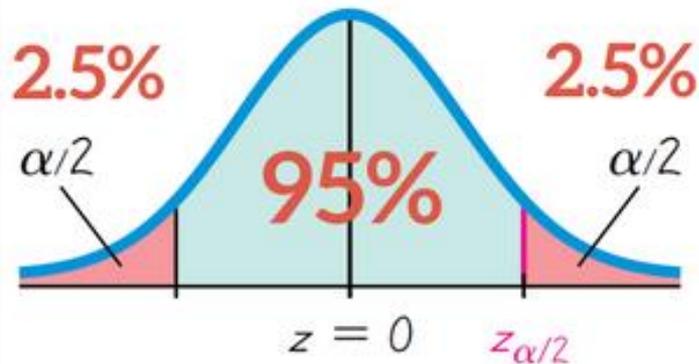


INTERVALO DE CONFIANZA DE LA MEDIA

95%

Nivel de significación alpha

$$\alpha = 100\% - 95\% = 5\%$$



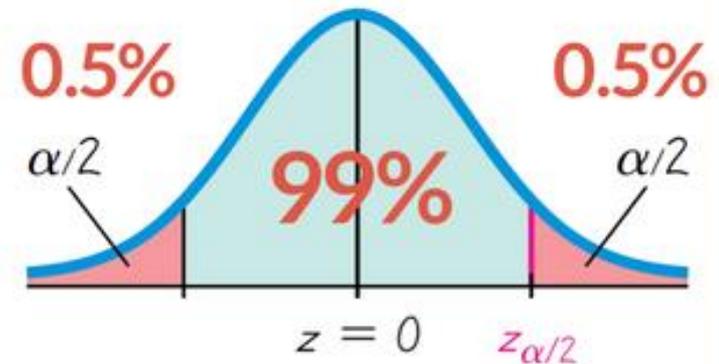
1.96

INTERVALO DE CONFIANZA DE LA MEDIA

99%

Nivel de significación alpha

$$\alpha = 100\% - 99\% = 1\%$$



2.57



Intervalo de confianza (IC)

- Estimación por intervalo
- Par de valores entre los cuales se encuentra la estimación puntual con una determinada probabilidad
- Rango alrededor de un parámetro poblacional
- Considera un “margen de error” (1%, 5%, 10%)

Intervalo de Confianza= parámetro \pm margen de error

- Depende de
 - Tamaño de la muestra (n)
 - Nivel de confianza (95% - 99%) (1- α)
 - Margen de error (α)
 - Lo estimado (media, proporción, varianza): Determina estadístico



IC para la estimación de la media

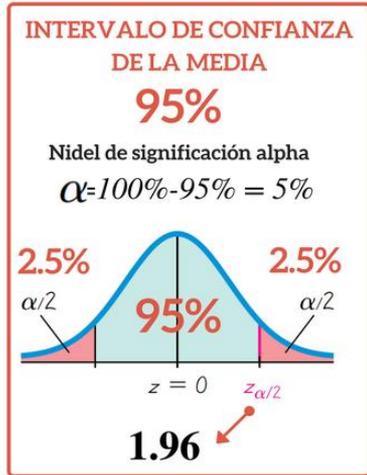
Estadístico pivote: $\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$

Error típico o estándar

$$P\left(\bar{X} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \times Z^{\alpha/2} < \mu < \bar{X} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \times Z^{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(34.087 - \frac{10.974}{\sqrt{46}} \times 1.96 < \mu < 34.087 + \frac{10.974}{\sqrt{46}} \times 1.96\right) = 95\%$$

$$P(34.087 - 3.1713 < \mu < 34.087 + 3.1713) = 95\%$$



. sum edad,d

edad

Percentiles		Smallest			
1%	18	18		Obs	46
5%	20	20		Sum of Wgt.	46
10%	22	20			
25%	25	22			
50%	31			Mean	34.08696
		Largest		Std. Dev.	10.97437
75%	42	52			
90%	52	53		Variance	120.4367
95%	53	57		Skewness	.6693867
99%	59	59		Kurtosis	2.378025

$$P(30.917 < \mu < 37.257) = 95\%$$

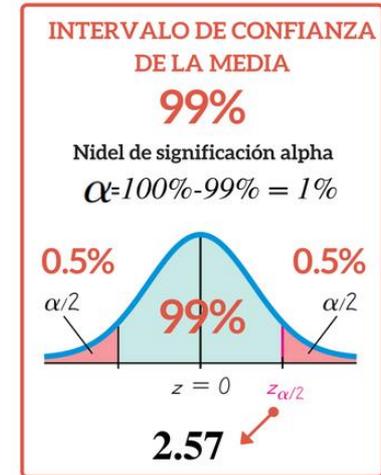
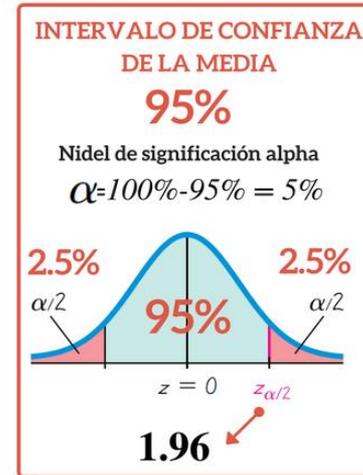


Data Editor (Edit) - [foniscorta.dta]

File Edit View Data Tools

var10[28]

	patient	edad	sex	edss1	menos10	entre10a49	entre50a99	mas100
1	1	30	2	2.5	0	1	0	0
2	2	37	2	2.5	0	1	0	0
3	3	27	2	2.5	0	1	0	0
4	4	24	1	1	0	1	0	0
5	5	22	2	3	0	1	0	0
6	6	39	2	1.5	0	1	0	0
7	7	24	2	0	1	0	0	0
8	8	27	2	1	1	0	0	0
9	9	49	2	2	0	1	0	0
10	10	35	2	1	0	0	0	0
11	11	35	2	2	1	0	0	0
12	12	52	2	2	0	1	0	0
13	14	31	2	1.5	0	1	0	0
14	15	42	1	3.5	0	0	0	0
15	16	23	1	0	0	1	0	0
16	17	25	1	1.5	0	1	0	0
17	18	22	2	0	0	1	0	0
18	19	20	1	1	1	0	0	0
19	20	34	1	2	0	1	0	0



```
. sum edad,d
```

Percentiles		Smallest			
1%	18	18			
5%	20	20			
10%	22	20	Obs		46
25%	25	22	Sum of Wgt.		46
50%	31		Mean	34.08696	
		Largest	Std. Dev.	10.97437	
75%	42	52			
90%	52	53	Variance	120.4367	
95%	53	57	Skewness	.6693867	
99%	59	59	Kurtosis	2.378025	

```
ci edad
```

Variable	Obs	Mean	Std. Err.	[95% Conf. Interval]	
edad	46	34.08696	1.618082	30.82797	37.34594

```
ci edad, level(99)
```

Variable	Obs	Mean	Std. Err.	[99% Conf. Interval]	
edad	46	34.08696	1.618082	29.73499	38.43893



Estadística inferencial

Contraste de Hipótesis

- **Prueba de Significación o Docimasia de Hipótesis**
 - Permite decidir si una proposición acerca de una población se puede mantener, o se debe rechazar
 - Afirmación en términos estadísticos se relaciona con los datos empíricos para determinar si es o no compatible con éstos
 - Hipótesis estadística: Afirmación respecto de una característica poblacional. Esta sentencia puede ser “docimada” (probada) usando una muestra aleatoria de la población
 - Se debe decidir entre una afirmación de la forma $\theta = \theta_0$ (Hipótesis nula)

$$H_0 : \theta = \theta_0$$

$$H_1 : \theta \neq \theta_0$$

ó

$$H_1 : \theta > \theta_0$$

ó

$$H_1 : \theta < \theta_0$$



Estadística inferencial

Contraste de Hipótesis

• Prueba de Significación o Docimasia de Hipótesis

- Decisión en base a información muestral → Sujeta a errores
- Percepción de la naturaleza → No hay certeza
- Decisión bajo incertidumbre → Probabilidad de cometer errores ojala sea pequeña
- α : Significación de la dócima
 - El más grave.
 - Lo más pequeño posible
- $1-\beta$: Potencia de la dócima
 - Credibilidad de H_1

Uno supone que H_0 es verdadero

		Estado de la naturaleza	
		H_0 es Verdad	H_0 es Falsa
Percepción de la naturaleza	Rechazar H_0	Error tipo I α	Decisión correcta
	No rechazar H_0	Decisión correcta	Error tipo II β

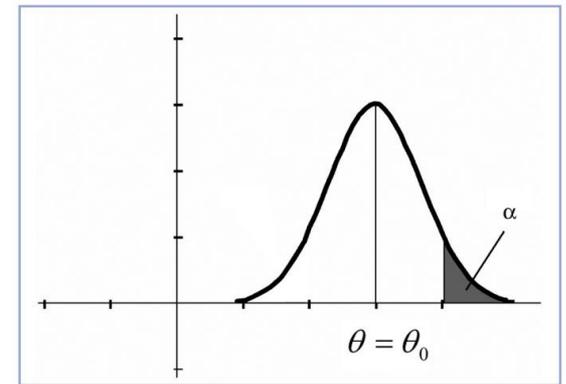
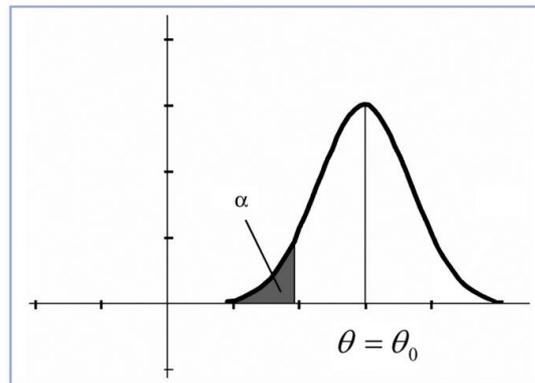
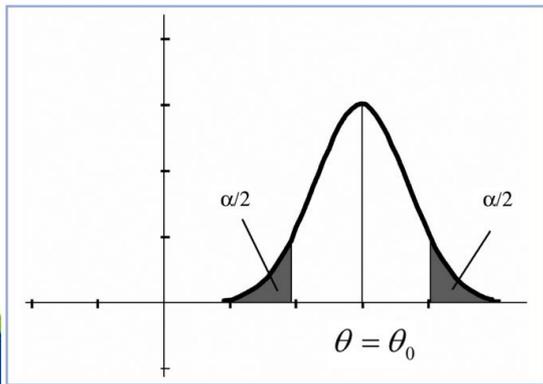


Estadística inferencial

Contraste de Hipótesis

p valor es el valor exacto del tamaño del error α

- **Filosofía de la d́cima**
 - Estadística de prueba E: Función que contiene el parámetro a docimar
 - Bajo hipótesis nula debe seguir una distribución de probabilidades conocida
 - Región crítica o de rechazo: Porción para la cual $P(E)$ esté en ella, considerando la veracidad de H_0 sea menor que α



$$H_0 : \theta = \theta_0$$

$$H_1 : \theta > \theta_0$$

ó

$$H_1 : \theta < \theta_0$$

$$H_1 : \theta < \theta_0$$

$$H_1 : \theta > \theta_0$$



Dóclimas clásicas

- **Dóclima de igualdad de varianzas (Homocedasticidad)**
 - Denominada Test de Levene para la varianza entre dos variables

– $H_0: \sigma_x^2 = \sigma_y^2 \rightarrow \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} = 1$

```
. sdtest sg,by(sex01)
```

Variance ratio test

Group	Obs	Mean	Std. Err.	Std. Dev.	[95% Conf. Interval]	
Masculin	36	742.9194	10.46916	62.81498	721.6659	764.173
Femenino	108	643.1907	6.536503	67.92934	630.2329	656.1486
combined	144	668.1229	6.61246	79.34952	655.0521	681.1937

```
ratio = sd(Masculin) / sd(Femenino)          f = 0.8551
Ho: ratio = 1                                degrees of freedom = 35, 107
```

```
Ha: ratio < 1                                Ha: ratio != 1                                Ha: ratio > 1
Pr(F < f) = 0.3043                            2*Pr(F < f) = 0.6087                            Pr(F > f) = 0.6957
```

- La varianza del volumen de SG es igual entre hombres y mujeres



Dósimas clásicas

- **Dócima de normalidad de la variable**
 - Denominada prueba de Shapiro-Wilk
 - *Ho: La variable tiene distribución normal*

```
. by sexo1,sort:swilk sg
```

```
-> sexo1 = Masculino
```

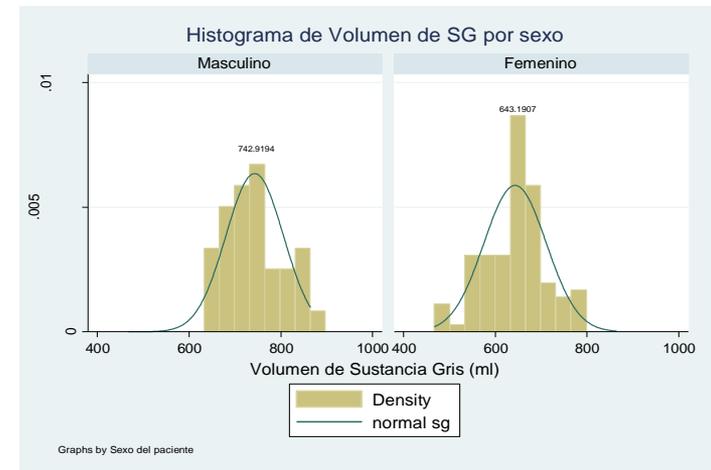
Shapiro-Wilk W test for normal data

Variable	Obs	W	V	z	Prob>z
sg	36	0.93900	2.224	1.672	0.04728

```
-> sexo1 = Femenino
```

Shapiro-Wilk W test for normal data

Variable	Obs	W	V	z	Prob>z
sg	108	0.97699	2.027	1.573	0.05781



- Solo el volumen de SG en hombres tiene distribución normal



	pedro	pablo
1	4	2
2	4	3
3	4	7
4	4	4
5	4	6
6	4	5
7	4	1

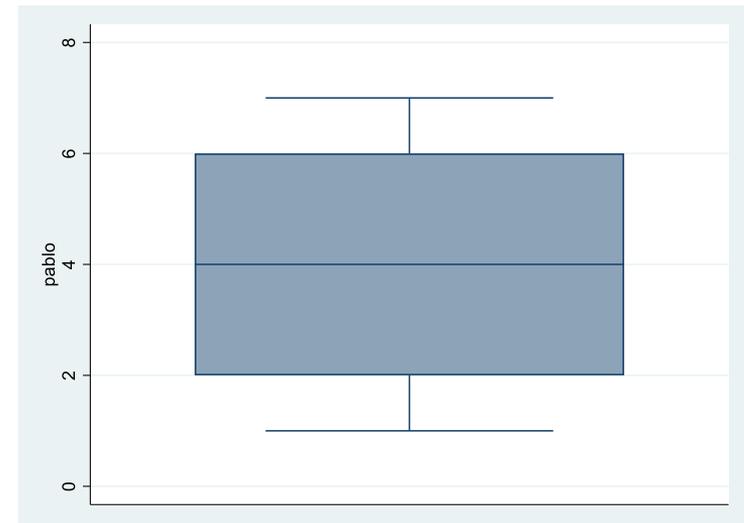
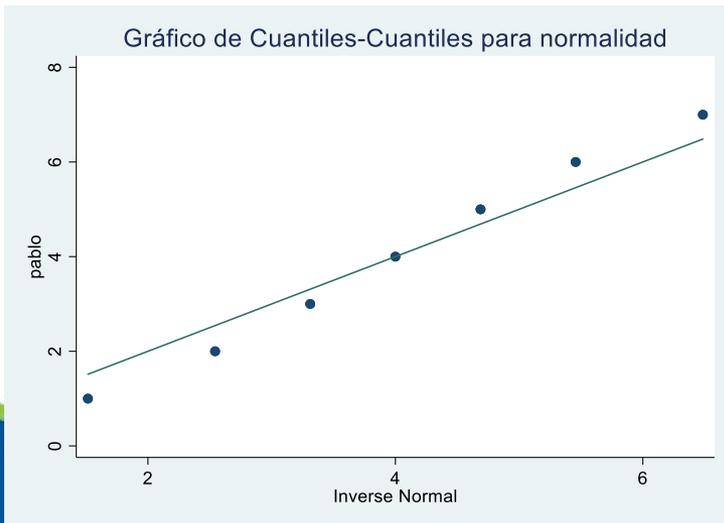
Alumno	N	%						Total
Pedro	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0	4.0
Pablo	2.0	3.0	7.0	4.0	6.0	5.0	1.0	4.0

. swilk pablo

Shapiro-Wilk W test for normal data

Variable	Obs	W	V	z	Prob>z
pablo	7	0.97800	0.289	-1.638	0.94929

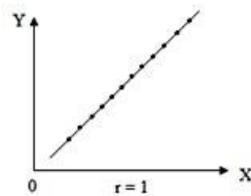
		pablo			
Percentiles	Smallest				
1%	1	1			
5%	1	2			
10%	1	3	Obs		7
25%	2	4	Sum of Wgt.		7
50%	4		Mean		4
75%	6	Largest	Std. Dev.		2.160247
90%	7	4	Variance		4.666667
95%	7	5	Skewness		0
99%	7	6	Kurtosis		1.75
		7			



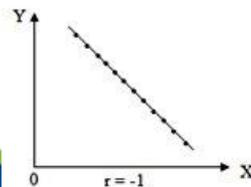
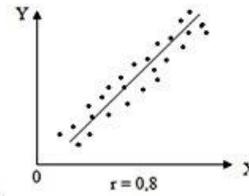
Relación entre 2 variables

- **Coeficiente de correlación (r de Pearson)**

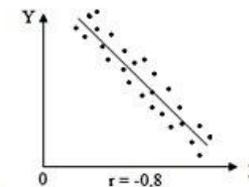
- Medida de relación lineal entre 2 variables aleatorias cuantitativas
- Evaluación inicial mediante gráfico de dispersión (nube de puntos)



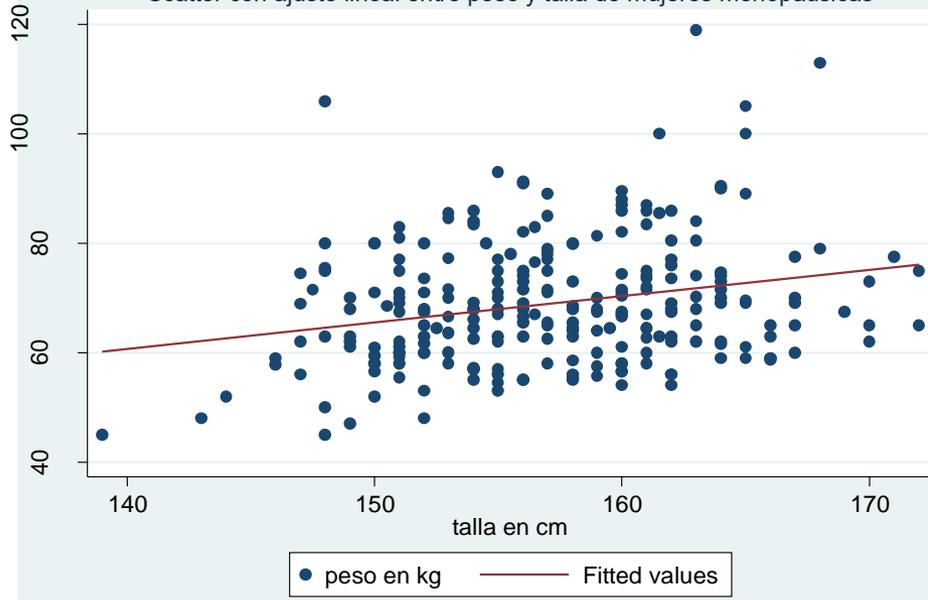
Correlación Positiva



Correlación Negativa



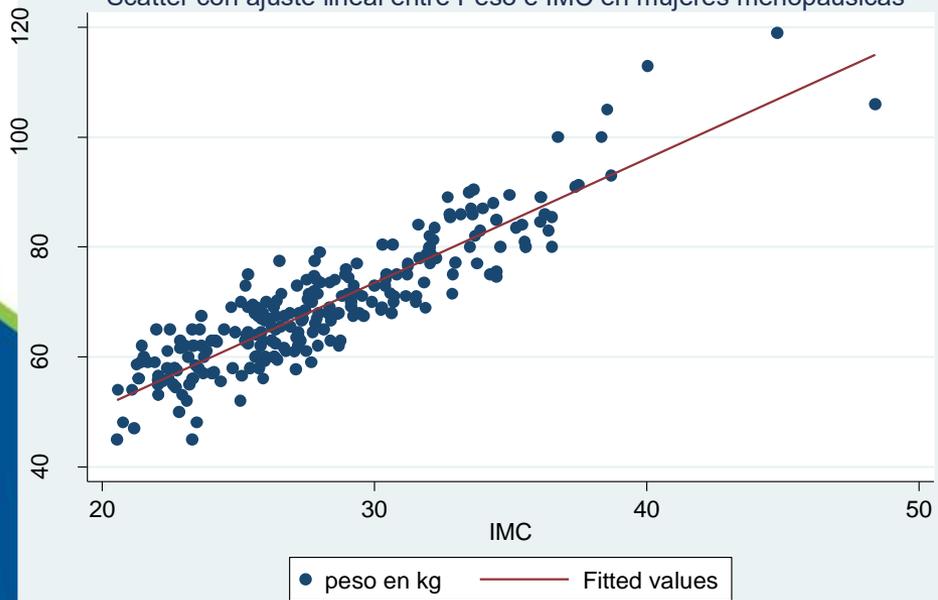
Scatter con ajuste lineal entre peso y talla de mujeres menopáusicas



```
. pwcorr peso talla, sig
```

	peso	talla
peso	1.0000	
talla	0.2440 0.0001	1.0000

Scatter con ajuste lineal entre Peso e IMC en mujeres menopáusicas



```
. pwcorr peso IMC, sig
```

	peso	IMC
peso	1.0000	
IMC	0.9016 0.0000	1.0000



