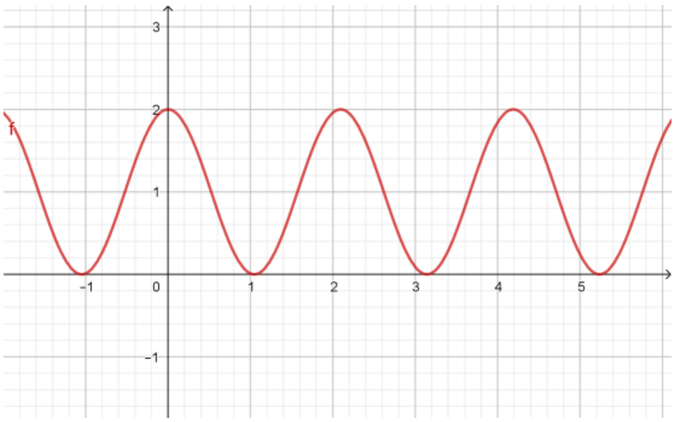
Soluciones Actividad Autónoma 9
MODELO SINUSOIDAL

1. Grafique las siguientes funciones indicando en cada caso: Período, desfase y eje de desarrollo.

a)



$$f(x) = sen\left(3x + \frac{\pi}{2}\right) + 1$$

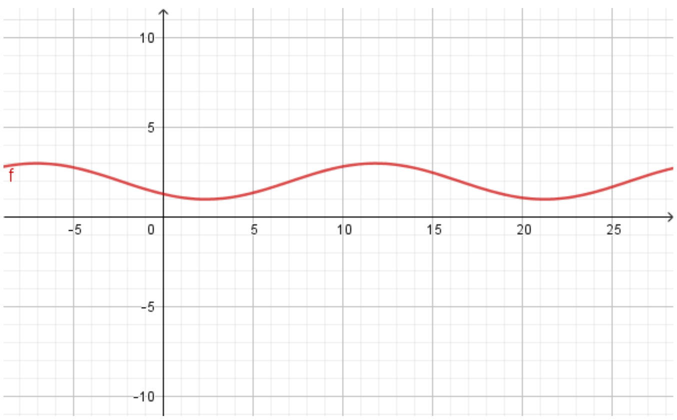
Eje de desarrollo: $y = 1$

Amplitud: 1

Periodo: $\frac{2\pi}{3}$

Desfase: $\frac{-\pi}{6}$

b)



$$f(x) = 2 - cos\left(\frac{1}{3}x - \frac{\pi}{4}\right)$$

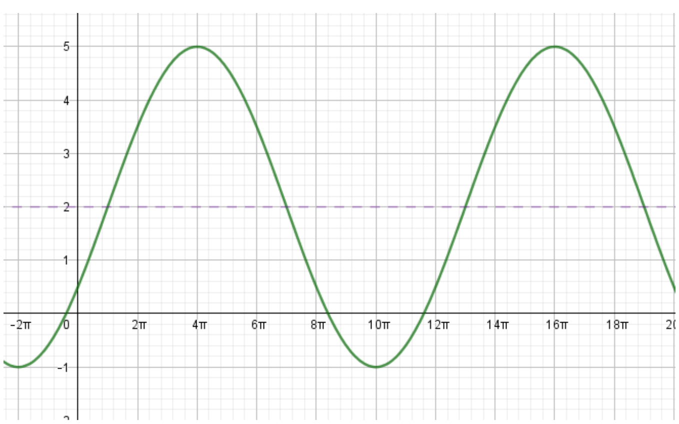
Eje de desarrollo: $y = 2$

Amplitud: 1

Periodo: 6π

Desfase: $\frac{3\pi}{4}$

c)



$$f(x) = 3sen\left(\frac{1}{6}(x - \pi)\right) + 2$$

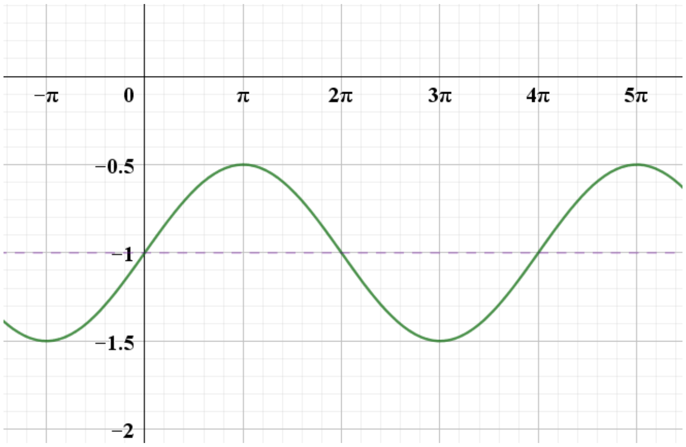
Eje de desarrollo: $y = 2$

Amplitud: 3

Periodo: 12π

Desfase: π

d)



$$f(x) = -1 + \frac{1}{2}sen\left(3\pi - \frac{1}{2}x\right)$$

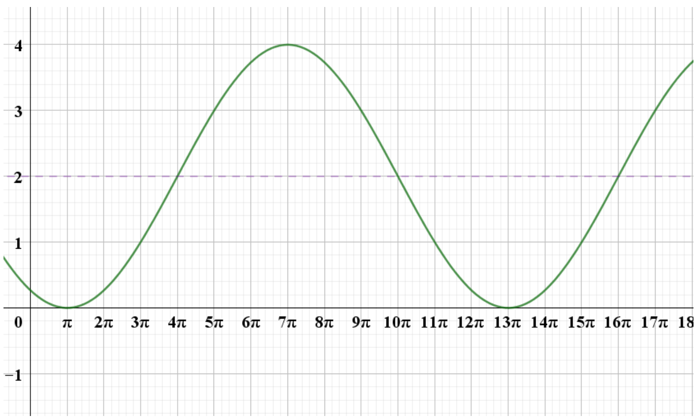
Eje de desarrollo: $y = -1$

Amplitud: 0,5

Periodo: 4π

Desfase: -6π

e)



$$f(x) = -2\cos\left(\frac{1}{6}(x - \pi)\right) + 2$$

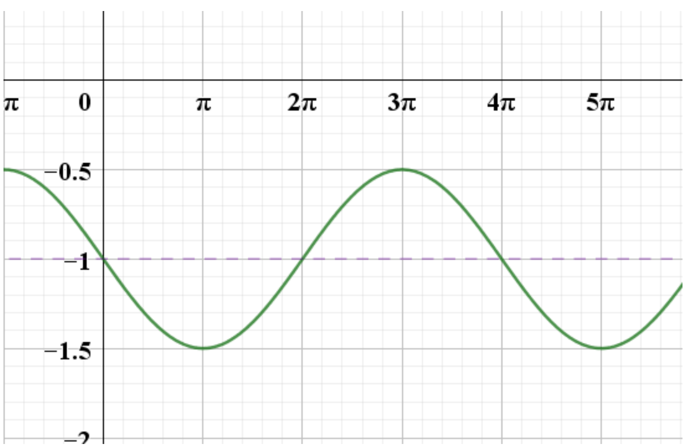
Eje de desarrollo: $y = 2$

Amplitud: 2

Periodo: 12π

Desfase: π

f)



$$f(x) = -1 + \frac{1}{2}cos\left(\frac{3}{2}\pi - \frac{1}{2}x\right)$$

Eje de desarrollo: $y = -1$

Amplitud: 0,5

Periodo: 4π

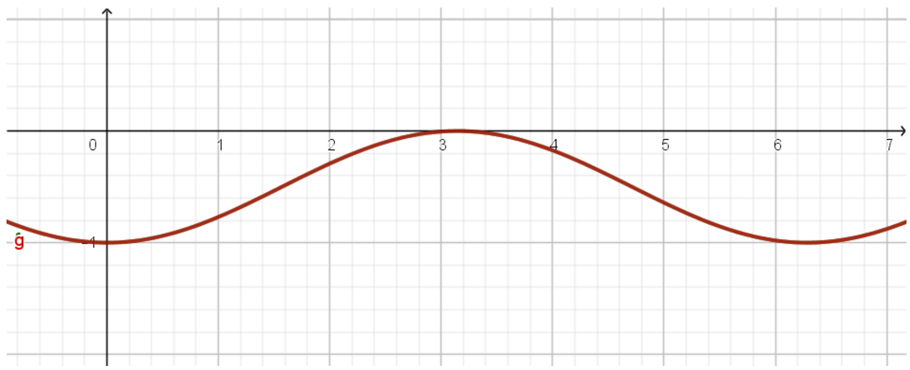
Desfase: 3π

2. Para la función$g(x) = sin^2\left(\frac{x}{2}\right) - 1$ determine en el intervalo $[0,\ 2\pi]$

La función se puede escribir como:

$$g(x) = cos^{\ 2}\left(\frac{x}{2}\right) = -0{,}5cos(x) - 0{,}5$$

Y que gráficamente es:



a) $(\pi, 0)$

b) Máximo: $(\pi, 0)$

Mínimos: $(0, -1)$ y $(2\pi, -1)$

c) Crecimiento: $[0, \pi]$

Decrecimiento: $[\pi, 2\pi]$

d) $\left(\frac{\pi}{2}, -0{,}5\right)$ y $\left(\frac{3\pi}{2}, -0{,}5\right)$

e) $\left[0, \frac{\pi}{2}\right] \text{U} \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$

f) $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$

3. Para la siguiente gráfica, proponga 2 funciones: Una de la forma $f(x) = A \cdot sen(B \cdot x - C) + D$ y otra de la forma $g(x) = A \cdot cos(B \cdot x - C) + D$

Hay infinitas soluciones, para una de ellas (como modelo sinusoidal) tenemos que:

- Eje de desarrollo: $y = 0$
- Periodo: 8π
- Amplitud: 2
- Desfase: 0

Luego nuestra función sinusoidal propuesta es:

$$f: \text{IR} \rightarrow \text{IR}$$
$$f(x) = 2sen(0{,}25x - 0) + 0$$

Para nuestro modelo sinusoidal tenemos que:

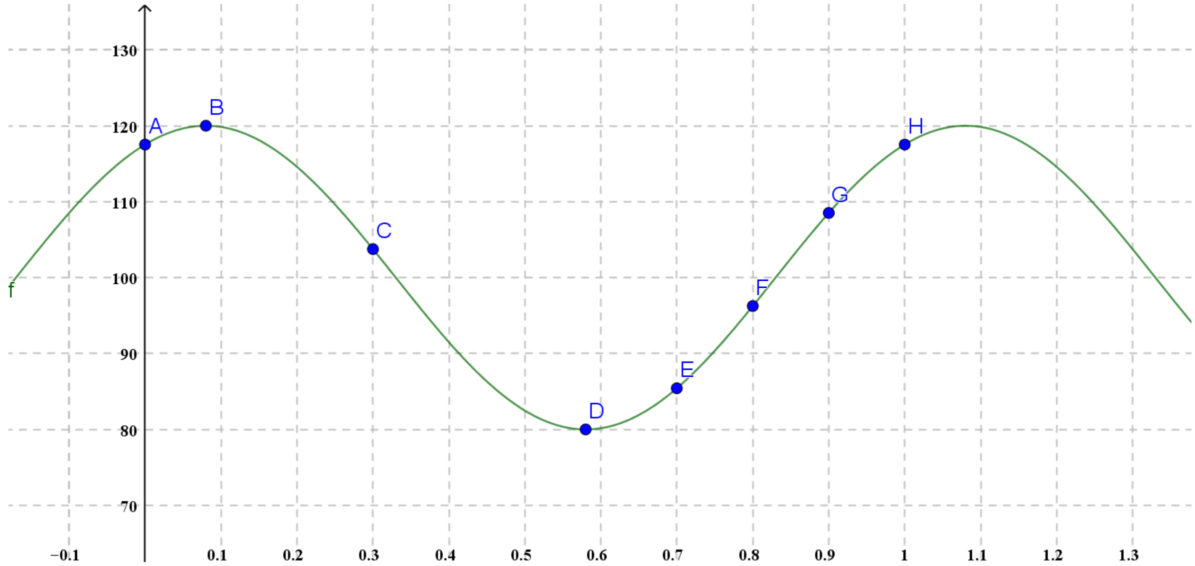
- Eje de desarrollo: y=0
- Periodo= 8π
- Amplitud = 2
- Desfase = 2π

Luego nuestra función sinusoidal propuesta es:

$$g: \text{IR} \rightarrow \text{IR}$$
$$g(x) = 2cos(0{,}25x - 0{,}5\pi) + 0$$

4. Con respecto a la presión sanguínea, se tiene:

a) La Gráfica sería:



b) $f(x) = 20\, sen\left(2\pi x + \frac{17\pi}{50}\right) + 100$

$g(x) = 20\, cos(2\pi x - 0{,}16\pi\ ) + 100$

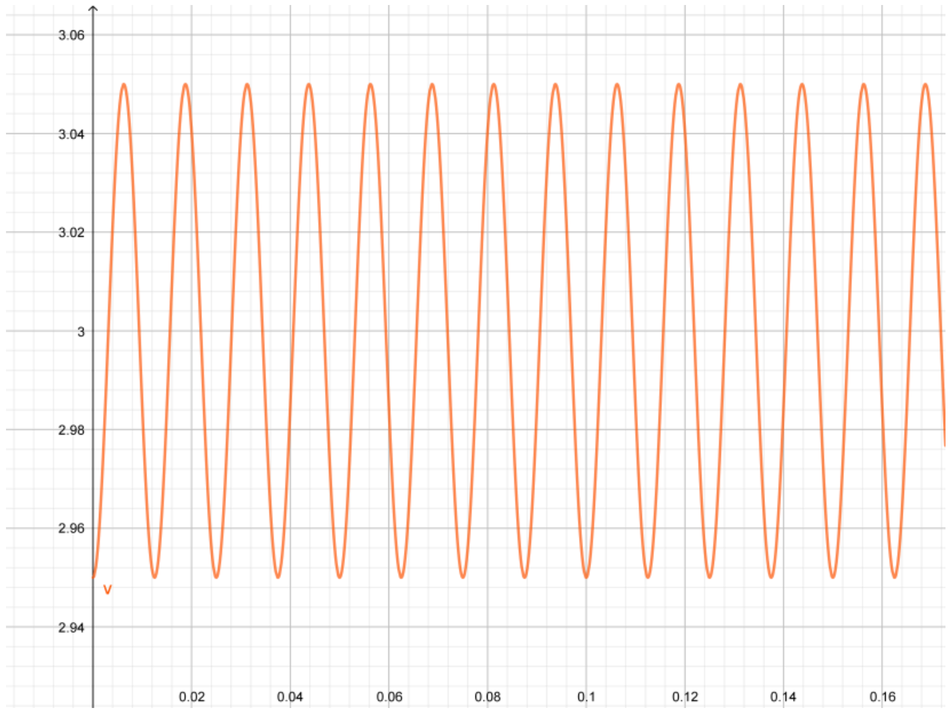
c) La presión sanguínea está dada por:

$$g(2) = 20 \cos\ (2\pi * 2 - 0{,}16\pi\ ) + 100$$
$$= 20 \cos\ (3{,}84\pi) + 100$$
$$\approx 117{,}52$$

Por lo tanto, la presión sanguínea es de aproximadamente 117,52 mmHg

5. Se tiene que:

a) Dibuje la porción del gráfico que tiene relación con el problema



b) 2,95 $litros$

c) 3 $litros$

d) El volumen será de 3,025 litros en:

$$t = \frac{3n-1}{240}, n \; en \; \mathbb{Z}$$

$$t = \frac{3n+1}{240}, n \; en \; \mathbb{Z}$$

e) $t = \frac{2k-1}{160}, k \; en \; \mathbb{N}, k > 0$

f) El volumen máximo es de 3,05 litros de aire

g) $t = \frac{2k}{160}, k \; en \; \mathbb{Z}, k \geq 0$

h) 2,95 litros

II. Derivadas Trigonométricas:

1. Sea $f(x) = \text{sen}(x)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h\to 0} \frac{\text{sen}(x+h) - \text{sen}(x)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{\text{sen}(x)\cdot\cos(h) + \cos(x)\cdot\text{sen}(h) - \text{sen}(x)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{\text{sen}(x)\cdot(\cos(h)-1)}{h} + \frac{\cos(x)\cdot\text{sen}(h)}{h} \\ &= \text{sen}(x)\cdot\lim_{h\to 0}\frac{(\cos(h)-1)}{h} + \cos(x)\cdot\lim_{h\to 0}\frac{\text{sen}(h)}{h} \\ &= \cos(x) \end{aligned}$$

2. Las derivadas de cada función son:

   a) $f'(x) = \frac{1}{3}\cos\left(\frac{1}{3}x\right)$

   b) $f'(x) = \sec^2(x)$

   c) $f'(x) = 2x\cos(x^2) + 2\,\text{sen}(x)\cos(x)$

   d) $f'(x) = \frac{\text{sen}(x)}{(2+\cos(x))^2}$

   e) $f'(x) = 6(2x-1)^2\cdot\cos(\text{sen}^2(x)) - (2x-1)^3\,\text{sen}(\text{sen}^2(x))\,\text{sen}(2x)$

   f) $f'(x) = -\,\text{sen}(2x)\cos(\cos^2(x))$

   g) $f'(x) = \frac{1}{3}\cot(x)\cdot\sqrt[3]{\text{sen}(x)}$

   h) $f'(x) = \frac{6x\,\text{sen}(x) - (6x^2+4)\cos(x)}{\text{sen}^3(x)}$

3. La recta tangente tiene ecuación $y = x - \pi - 9$

4. La posición está dada por $s(t) = 2 + 7\cos(t)$

   a) La velocidad está dada por $s'(t) = -7\,\text{sen}(t)$

   b) El objeto deja de moverse cuando $s'(t) = 0$, es decir con:

   $$t = 0 + 2\pi\cdot k \text{ y } t = \pi + 2\pi\cdot k \text{ con } k \in \mathbb{Z}$$

   c) La aceleración está dada por: $s''(t) = -7\cos(t)$