

Actividades Clase 02

Trigonometría Analítica

1. Responda los siguientes enunciados (Diapositiva 15)

a) Si $\cos(x) < 0$ y $\csc(x) > 0$ ¿En qué cuadrante se encuentra el ángulo x ?

Si $\cos(x)$ es negativo entonces el ángulo x debe encontrarse en el cuadrante II y III. Luego, la condición de $\csc(x)$ positiva, nos indica que $\sin(x)$ es positivo, lo que ocurre en el cuadrante I y II.

Por lo tanto las condiciones iniciales se cumplen en el segundo cuadrante, por lo que el ángulo x se encuentra en el segundo cuadrante.

b) ¿Qué relación existe entre $\cos(x)$ y $\cos(-x)$?

Observando la figura, el punto P de coordenadas $(\cos(x), \sin(x))$ al estar en el I cuadrante ambas componentes son positivas. Luego el punto Q de coordenadas $(\cos(-x), \sin(-x))$

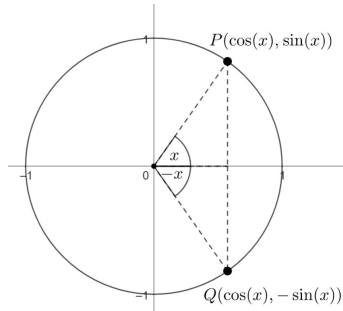


Figura 1: Ángulo x y $-x$

al estar en el cuadrante IV su abscisa es positiva y su ordenada es negativa.

Dado que Q es el simétrico de P, con respecto al eje x, entonces ambas abscisas tienen igual valor absoluto .

$$\therefore \cos(x) = \cos(-x)$$

c) ¿Qué relación existe entre $\sin(-x)$ y $-\sin(x)$?

Observando la figura anterior, el punto P de coordenadas $(\cos(x), \sin(x))$ al estar en el I cuadrante $\sin(x) > 0$. Luego el punto Q de coordenadas $(\cos(-x), \sin(-x))$ al estar en el cuadrante IV, entonces $\sin(-x) < 0$

Dado que Q es el reflejo de P, con respecto al eje x, las abscisas de ambos puntos tienen el mismo valor absoluto.

$$\therefore \sin(-x) = -\sin(x)$$

2. Identidades Trigonómicas (Diapositiva 24)

a) $\tan(-x) = -\tan(x)$

Se tiene que:

$$\begin{aligned}\tan(0 - x) &= \frac{\tan(0) - \tan(x)}{1 + \tan(0)\tan(x)} \\ &= \frac{-\tan(x)}{1 + 0} \\ &= -\tan(x)\end{aligned}$$

b) Utilice alguna identidad que permita comprobar que $\cos(120^\circ) = -\frac{1}{2}$

Una solución puede ser:

$$\begin{aligned}\cos(90^\circ + 30^\circ) &= \cos(90^\circ) \cdot \cos(30^\circ) - \sin(90^\circ) \cdot \sin(30^\circ) \\ &= -\sin(30^\circ) \\ &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

O también:

$$\begin{aligned}\cos(2 \cdot 60^\circ) &= \cos^2(60^\circ) - \sin^2(60^\circ) \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \\ &= \frac{1}{4} - \frac{3}{4} \\ &= -\frac{2}{4} \\ &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Observación

Pueden existir otras soluciones, por lo que solo se proponen estas dos.

Clase 2 - Trigonometría Analítica

3. Resolver la siguiente ecuación trigonométrica para $0^\circ \leq x < 360^\circ$

$$\begin{aligned} \sin(x) &= \cos(x) && \text{Para } \cos(x) \neq 0 \\ \frac{\sin(x)}{\cos(x)} &= 1 \\ \tan(x) &= 1 \end{aligned}$$

Notamos que nuestra solución, debería estar en el primer y tercer cuadrante.

$$\begin{aligned} x &= 45^\circ \\ x &= 225^\circ \end{aligned}$$

Para la solución general se obtiene que:

$$x = 45^\circ + 180^\circ \cdot k$$