

## FÓRMULAS DE APOYO

### Vectores

#### Notación de un Vector

<i>Par ordenado</i>	<i>Combinación lineal</i>	<i>Matriz</i>
$\vec{u} = (u_1, u_2)$	$\vec{u} = u_1 \cdot \hat{i} + u_2 \cdot \hat{j}$	$\vec{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$

#### Módulo, Norma o Longitud de un Vector

Sea  $\vec{u} = (u_1, u_2)$  entonces  $|\vec{u}| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$

#### Dirección de un vector

Sea  $\vec{u} = (u_1, u_2)$  en el primer cuadrante, entonces la tangente que el vector tiene con respecto a la horizontal está dada por:

$$\tan(\alpha) = \frac{u_2}{u_1}$$

Por lo tanto, el ángulo estará dado por:  $\alpha = \arctan\left(\frac{u_2}{u_1}\right)$

Dependiendo de en qué cuadrante se encuentre el vector, se calculará de diferentes maneras.

En el Cuadrante II,  $v_x < 0$ ,  $v_y > 0$  y el arcotangente da un ángulo  $\beta$  negativo.

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) + 180^\circ$$

En el Cuadrante III,  $v_x < 0$ ,  $v_y < 0$  y el arcotangente da un ángulo  $\gamma$  positivo.

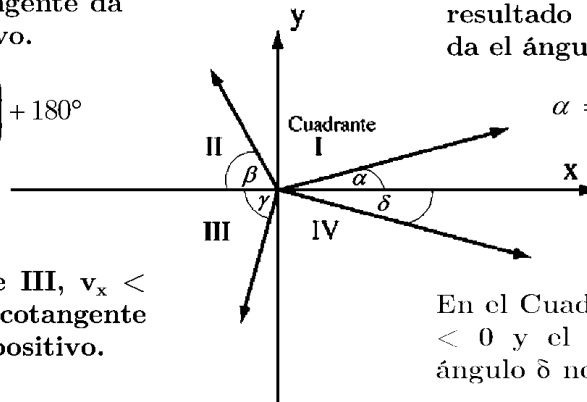
$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) + 180^\circ$$

En el Cuadrante I, el resultado del arcotangente da el ángulo buscado

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$$

En el Cuadrante IV,  $v_x > 0$ ,  $v_y < 0$  y el arcotangente da un ángulo  $\delta$  negativo.

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_x}\right) + 360^\circ$$



## Coseno entre dos vectores

$$\cos(\alpha) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}||\vec{v}|}$$

## Vector Unitario

Un vector unitario, es un vector con módulo igual a uno. Los vectores cartesianos unitarios están determinados *en dos dimensiones* de la siguiente manera.

$$\begin{aligned}\hat{i} &= (1,0) \\ \hat{j} &= (0,1)\end{aligned}$$

## Normalización de un Vector

Sea  $\vec{v}$  un vector cualquiera, entonces el vector unitario  $\vec{u}$  en la misma dirección de  $\vec{v}$ , se calcula:

$$\vec{u} = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

## Producto Escalar o Punto

Sean  $\vec{u} = (u_1, u_2)$  y  $\vec{v} = (v_1, v_2)$  entonces:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}| \cos(\alpha)$$

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_1v_1 + u_2v_2$$

## Vectores Ortogonales ( $\perp$ )

Dos vectores son ortogonales (perpendiculares) si:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$$

## Vectores Paralelos ( $\parallel$ )

Dos vectores son paralelos si:

$$\vec{u} = k \cdot \vec{v}$$

## Proyección Ortogonal

La proyección ortogonal del vector  $\vec{u}$  sobre el vector  $\vec{v}$ , es otro vector  $\vec{w}$  calculado de la forma:

$$\vec{w} = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{v}|^2} \cdot \vec{v}$$