Actividades Clase 06
Trazado de Curvas

---

1. (Diapositiva 9) Dada la función $f(x) = x^2 + \frac{16}{x}$:

   a) Determine los puntos máximos y mínimos de $f(x)$.

   b) Determine los intervalos de monotonía de $f(x)$.

   Se tiene que $Dom\ f = \mathbb{R} - \{0\}$.

   Para encontrar los puntos máximos y mínimos de $f(x)$, primero necesitamos calcular su derivada:

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \frac{d}{dx}\left(x^2 + \frac{16}{x}\right) \\
&= 2x - \frac{16}{x^2}
\end{aligned}
$$

   Luego, buscamos los puntos donde la derivada se anula para encontrar los puntos críticos de la función:

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= 0 \\
2x - \frac{16}{x^2} &= 0 \\
2x^3 - 16 &= 0 \\
x^3 &= 8 \\
x &= 2
\end{aligned}
$$

   Por lo tanto, un punto crítico es $x = 2$, pero también hay que considerar el valor de x donde la derivada se anula, es decir $x = 0$

Funciones	$-\infty$		0		2		∞
$f'(x)$		$-$		$-$	$\bullet$	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

   Por el criterio de la primera derivada entonces tenemos:

   - f es creciente en: $]2, +\infty[$
   - f es decreciente en: $]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

Notamos que en $x = 2$ hay un cambio de monotonía, en particular, la función pasa de ser decreciente a ser creciente, por lo que en $x = 2$ existe un mínimo local. Lo determinamos evaluando en la función:

$$f(2) = 12$$

Por lo que la función f tiene un mínimo local en el punto $(2, 12)$

2. (Diapositiva 15) Dada la función $f(x) = x^2 + \frac{16}{x}$:

   a) Determine puntos de inflexión

   b) Determine intervalos de concavidad

Para encontrar los posibles puntos de inflexión de $f(x)$, necesitamos calcular su segunda derivada:

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x - \frac{16}{x^2} \\ f''(x) &= \frac{d}{dx}\left(2x - \frac{16}{x^2}\right) \\ &= 2 + \frac{32}{x^3} \end{aligned}$$

En este caso, la segunda derivada $f''(x) = 2 + \frac{32}{x^3}$ está definida para todo $x \neq 0$. Luego, igualamos la segunda derivada a cero:

$$\begin{aligned} f''(x) &= 0 \\ 2 + \frac{32}{x^3} &= 0 \\ \frac{1}{x^3} &= -\frac{1}{16} \\ x &= -2 \end{aligned}$$

Por lo tanto, $x = -2$ es el único candidato a punto de inflexión de $f(x)$. Para determinar los intervalos de concavidad, podemos analizar el signo de la segunda derivada en los intervalos $(\infty, -2)$ y $(-2, 0)$ y $(0, \infty)$:

	$-\infty$	-2	0	∞
$f''(x)$	$+$	$\bullet$ $-$	$+$	

Por lo tanto:

- f es cóncava hacia arriba en: $]-\infty, -2[\cup]0, +\infty[$
- f es cóncava hacia abajo en: $]-2, 0[$

Como en $x = -2$ hay un cambio de concavidad, existe un punto de inflexión, para determinarlo, reemplazamos el valor de x en la función y se obtiene:

$$f(-2) = -4$$

Por lo que la función f tiene un punto de inflexión en el punto $(-2, -4)$

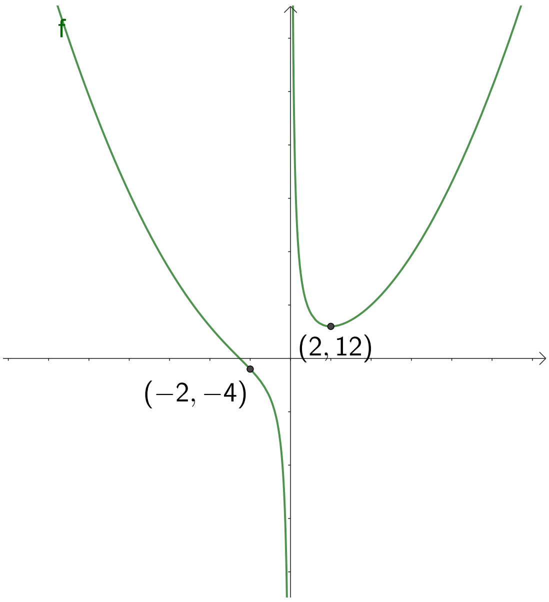

Figura 1: Gráfico de la función $f(x) = x^2 + \frac{16}{x}$.

3. Un RN perderá peso normalmente durante unos pocos días, después comenzará a ganarlos. Un modelo para el peso medio de los RN durante las 2 primeras semanas de vida es:

$$P(t) = 0.015t^2 - 0.18t + 3.1$$

con t medido en días y $P(t)$ medido en kg.

a) ¿Cuál es el peso medio mínimo alcanzado por los RN?

b) ¿Cuál es el peso medio máximo alcanzado por los RN?

Para determinar máximos o mínimos en la función, determinaremos sus puntos críticos y luego evaluaremos si son o no algún valor extremo con el criterio de la primera derivada.

Derivando la función:

$$P'(t) = 0.03t - 0.18$$

Por lo que se tiene que $P'(t) = 0$ sí $t = 6$. Por lo que evaluando la tabla de valores, considerando los extremos $t = 0$ y $t = 14$ correspondiente a las dos primeras semanas de vida, se tiene:

Funciones	0		6		14
$f'(x)$		$-$	$\bullet$	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

Es decir, que en $t = 6$ existe un mínimo local. Para determinar si en $t = 0$ o $t = 14$ existe un máximo de la función tenemos que evaluar dichos valores en la función. Por lo que:

$$P(0) = 3.1$$
$$P(6) = 2.56$$
$$P(14) = 3.52$$

Es decir, el peso medio mínimo alcanzado por los RN es de 2.56 kg y el peso medio máximo alcanzado por los RN es de 3.52 kg.