FÓRMULAS DE APOYO
Límites y Derivadas de Funciones

Propiedades de Límites

Sea n un entero positivo, k una constante, $f(x)$ y $g(x)$ funciones que tengan límite en c

a) $\lim_{x\to c} k = k$

b) $\lim_{x\to c} x = c$

c) $\lim_{x\to c} k\cdot f(x) = k\cdot \lim_{x\to c} f(x)$

d) $\lim_{x\to c}\big(f(x)\pm g(x)\big) = \lim_{x\to c} f(x) \pm \lim_{x\to c} g(x)$

e) $\lim_{x\to c}\big(f(x)\cdot g(x)\big) = \lim_{x\to c} f(x) \cdot \lim_{x\to c} g(x)$

f) $\lim_{x\to c}\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{\lim_{x\to c} f(x)}{\lim_{x\to c} g(x)}$ siempre que $\lim_{x\to c} g(x) \neq 0$

g) $\lim_{x\to c}[f(x)]^n = \left[\lim_{x\to c} f(x)\right]^n$

h) $\lim_{x\to c}\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x\to c} f(x)}$ siempre que $\lim_{x\to c} f(x) > 0$ para n par

Teorema

Si $f(x) = g(x)$ para toda x en un intervalo abierto que contenga a c, excepto posiblemente en el mismo número c, y si existe entonces existe y:

$$\lim_{x\to c} f(x) = \lim_{x\to c} g(x)$$

Productos notables importantes

1. $(x\pm y)^2 = x^2 \pm 2xy + y^2$
2. $(x\pm y)^3 = x^3 \pm 3x^2y + 3xy^2 \pm y^3$
3. $(x^2 - y^2) = (x-y)(x+y)$
4. $(x^3 \pm y^3) = (x\pm y)(x^2 \mp xy + y^2)$
5. $(x^m - y^m) = (x-y)(x^{m-1} + x^{m-2}y + x^{m-3}y^2 + \cdots + x^2y^{m-3} + xy^{m-2} + y^{m-1})$

Derivada por definición

La derivada de una función f es otra función f' cuyo valor en cualquier número x es:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Las notaciones usuales para la derivada son: $f'(x)$, $D_x f(x)$, $\frac{dy}{dx}$

Reglas de Derivación:

Suponiendo que u y v son funciones diferenciables en x y c es una constante, se cumple que:

Suma: $$\frac{d}{dx}(u+v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$$

Diferencia: $$\frac{d}{dx}(u-v) = \frac{du}{dx} - \frac{dv}{dx}$$

Múltiplo constante: $$\frac{d}{dx}(c \cdot u) = c \cdot \frac{du}{dx}$$

Producto: $$\frac{d}{dx}(u \cdot v) = v \cdot \frac{du}{dx} + u \cdot \frac{dv}{dx}$$

Cociente: $$\frac{d}{dx}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v \cdot \frac{du}{dx} - u \cdot \frac{dv}{dx}}{v^2}$$

Regla de la cadena: $$\frac{d}{dx}(u(v)) = u'(v) \cdot v' \quad \text{ó} \quad \frac{d}{dx}(u(v)) = \frac{du}{dv} \cdot \frac{dv}{dx}$$

Fórmulas elementales de Derivadas:

Suponiendo que u y v son funciones diferenciables en x y c es una constante, se cumple que:

1) $\frac{d}{dx}(c) = 0$

2) $\frac{d}{dx}(x) = 1$

3) $\frac{d}{dx}(cx) = c$

4) $\frac{d}{dx}(x^n) = n \cdot x^{n-1}$

5) $\frac{d}{dx}(u^n) = n \cdot u^{n-1} \cdot u'$