Control Formativo - Parte Desarrollo
Trazado de Curvas

---

1. Sea $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$:

   Dada la función de manera previa determinamos el dominio, recorrido y su primera y segunda derivada:

   Para el Dominio se tiene que $Domf : \mathbb{R}$ y para el Recorrido, $Recf : \mathbb{R}$

   Calculamos ambas derivadas:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \left(x^4 - 2x^2 + 1\right)' \\ &= 4x^3 - 4x \\ &= 4x(x^2 - 1) \\ &= 4x(x+1)(x-1) \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} f''(x) &= (4x^3 - 4x)' \\ &= 12x^2 - 4 \\ &= 4(3x^2 - 1) \\ &= 4\left(x + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(x - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \end{aligned}$$

   a) **Valores críticos.**

$$\begin{aligned} f'(x) = 0 &\Rightarrow 4x(x+1)(x-1) = 0 \\ &\Rightarrow x = -1,\ x = 0,\ x = 1 \end{aligned}$$

   Los valores críticos son $x = -1$, $x = 0$ y $x = 1$.

   b) **Coordenadas de puntos máximos y/o mínimos**

   Construimos la tabla de los signos para la primera derivada:

Factores	$-\infty$		-1		0		1		∞
$4x$		$-$		$-$	•	$+$		$+$	
$(x-1)$		$-$		$-$		$-$	•	$+$	
$(x+1)$		$-$	•	$+$		$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	•	$+$	•	$-$	•	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

   Hay un punto mínimo cuando $x = -1$ y $x = 1$, además, $f(-1) = 0$ y $f(1) = 0$ por lo tanto, las coordenadas de los puntos mínimos son: $(-1, 0)$ y $(1, 0)$

   Hay un punto máximo cuando $x = 0$, además, $f(0) = 1$, por lo tanto, la coordenada del punto máximo es $(0, 1)$.

c) **Intervalos de crecimiento y/o decrecimiento.**
De la tabla anterio se puede obtener dichos intervalos:
Crecimiento: $]-1,0[\,\cup\,]-1,\infty[$
Decrecimiento: $]-\infty,-1[\,\cup\,]0,1[$

d) **Coordenadas de puntos de inflexión.**

$$f''(x)=0 \Rightarrow 4\left(x+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(x-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=0$$
$$\Rightarrow x=-\frac{1}{\sqrt{3}},\ x=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Los valores de x para determinar los posibles puntos de inflexión son $x=-\frac{1}{\sqrt{3}}$ y $x=-\frac{1}{\sqrt{3}}$
Construimos la tabla de signos para la segunda derivada:

Factores	$-\infty$		$-\frac{1}{\sqrt{3}}$		$\frac{1}{\sqrt{3}}$		∞
$\left(x+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$		$-$	$\bullet$	$+$		$+$	
$\left(x-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$		$-$		$-$	$\bullet$	$+$	
$f''(x)$		$+$	$\bullet$	$-$	$\bullet$	$+$	

Por lo que podemos determinar dos puntos de inflexión, uno en $x=-\frac{1}{\sqrt{3}}$ y otro en $x=\frac{1}{\sqrt{3}}$, además, $f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\approx 0{,}44$ y $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\approx 0{,}44$.
Por lo tanto, las coordenadas de los puntos de inflexión son:

$$\left(-\frac{1}{\sqrt{3}},0{,}44\right) \qquad \left(\frac{1}{\sqrt{3}},0{,}44\right)$$

e) **Intervalos de concavidad positiva y negativa**
De la tabla anterior se pueden obtener dichos intervalos:

Concavidad Positiva: $\left]-\infty,-\frac{1}{\sqrt{3}}\right[\ \cup\ \left]\frac{1}{\sqrt{3}},\infty\right[$

Concavidad Negativa: $\left]-\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{1}{\sqrt{3}}\right[$

La gráfica de la función coincide con los datos encontrados: