Actividades Clase 08
Función Exponencial

---

1. (Diapositiva 18) Dadas las funciones $f(x) = \sqrt{e^{5x}}$ y $g(x) = \frac{\ln(2x)}{x}$, calcule $f(g(-1))$ y $g(f(1))$:

   Primero, evaluemos $g(-1)$:
   $$g(-1) = \frac{\ln(2(-1))}{-1}$$
   Pero $\ln(2(-1))$ es indefinido ya que no podemos tomar el logaritmo natural de un número negativo. Entonces, $f(g(-1))$ también es indefinido.

   Ahora, evaluemos $f(1)$:
   $$f(1) = \sqrt{e^{5(1)}} = \sqrt{e^5}$$
   Y luego evaluamos $g(f(1))$:
   $$g(f(1)) = g(\sqrt{e^5}) = \frac{\ln(2\sqrt{e^5})}{\sqrt{e^5}}$$

2. (Diapositiva 23) Dada la función $f(x) = \sqrt{e^{5x}}$, calcule $f'(x)$

   Primero, escribimos la función en una forma más fácil de derivar:
   $$f(x) = (e^{5x})^{1/2}$$
   Ahora, utilizando la regla de la cadena, obtenemos:
   $$f'(x) = \frac{1}{2}(e^{5x})^{-1/2} \cdot 5e^{5x} = \frac{5}{2}\sqrt{e^{5x}}$$
   Por lo tanto, $f'(x) = \frac{5}{2}\sqrt{e^{5x}}$.

3. (Diapositiva 23) Dada la función $g(x) = \frac{3 \cdot 10^{-4x}}{x}$, calcule $g'(x)$

   Para facilitar el cálculo, reescribimos la función así:
   $$g(x) = 3 \cdot 10^{-4x} \cdot x^{-1}$$
   Aplicando la regla del producto y la regla de la cadena, obtenemos:
   $$g'(x) = 3 \cdot (-4\ln(10) \cdot 10^{-4x} \cdot x^{-1}) + 3 \cdot 10^{-4x} \cdot (-x^{-2})$$
   Simplificamos para obtener:
   $$g'(x) = -12\ln(10) \cdot \frac{10^{-4x}}{x} - 3 \cdot \frac{10^{-4x}}{x^2}$$
   Por lo tanto, $g'(x) = -12\ln(10) \cdot \frac{10^{-4x}}{x} - 3 \cdot \frac{10^{-4x}}{x^2}$.

4. (Diapositiva 33) ¿Cuál es el valor de la constante k de la función de la grafica? $A(0,5)$ y $B(3,9.11)$

   Dado que la función tiene la forma de crecimiento exponencial, $P(t) = P_0 \cdot e^{kt}$, y que pasa por los puntos $A(0,5)$ y $B(3,9.11)$, podemos encontrar la constante k. Primero, encontramos P_0:

   Cuando $t = 0$, $P(t) = 5$, entonces $P_0 = 5$.

   La función se convierte en:

$$P(t) = 5 \cdot e^{kt}$$

   Luego, cuando $t = 3$, $P(t) = 9.11$. Esto nos permite establecer la siguiente ecuación para resolver k:

$$9.11 = 5 \cdot e^{3k}$$

   Dividimos ambos lados por 5:

$$1.822 = e^{3k}$$

   Tomamos el logaritmo natural en ambos lados de la ecuación:

$$\ln(1.822) = 3k$$

   Resolviendo para k:|

$$k = \frac{\ln(1.822)}{3}$$

   La gráfica sería:

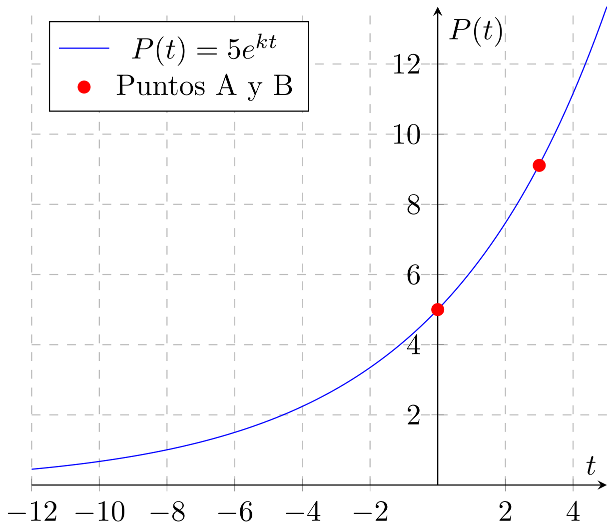

Figura 1: Gráfica de la función: $P(t) = 5e^{kt}$