

Control Formativo - Parte Desarrollo

Integral Indefinida

1. En cualquier punto (x, y) de una curva, la recta tangente tiene una pendiente igual a $12x^2 - 5$. Si la curva contiene al punto $(-1, 3)$, obtenga la ecuación de dicha curva.

Para encontrar la curva cuya derivada es dada por $12x^2 - 5$, debemos integrar la función dada. La integral de $12x^2 - 5$ con respecto a x es

$$\int (12x^2 - 5)dx = 4x^3 - 5x + C$$

donde C es la constante de integración. Para encontrar C , podemos usar el hecho de que la curva contiene el punto $(-1, 3)$. Sustituyendo estos valores en la ecuación obtenemos:

$$3 = 4(-1)^3 - 5(-1) + C$$

$$3 = -4 + 5 + C$$

$$3 = 1 + C$$

$$2 = C$$

Por lo tanto, la ecuación de la curva es entonces $4x^3 - 5x + 2$.

2. Suponga que una roca es arrojada hacia arriba desde el techo de un edificio, como ilustra la figura.

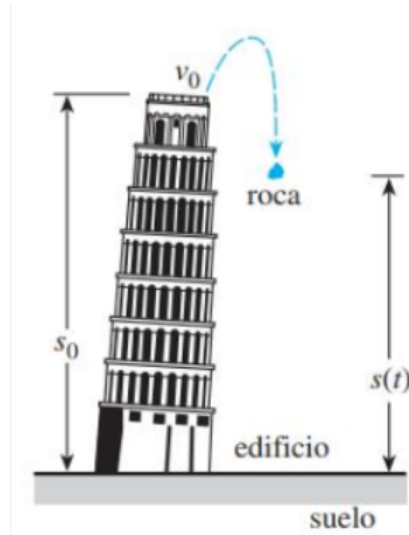


Figura 1: Lanzamiento de Roca

Considere que $\frac{d^2s}{dt^2} = -g$, $s(0) = s_0$ y $s'(0) = v_0$

- a) **¿Cuál es la velocidad $v(t)$ de la roca, en cualquier instante t ?**

La velocidad y la posición de la roca se pueden determinar integrando la aceleración debido a la gravedad.

Para encontrar la velocidad $v(t)$ en cualquier instante t , integramos la aceleración, que es $-g$ (donde g es la aceleración debida a la gravedad), con respecto al tiempo. Dado que la velocidad inicial es v_0 , obtenemos:

$$v(t) = \int -g \, dt = -gt + v_0.$$

- b) **¿Cuál es la posición $s(t)$ de la roca en relación con el suelo en el tiempo t ?** Para encontrar la posición $s(t)$ en relación con el suelo en el tiempo t , integramos la velocidad con respecto al tiempo. Dado que la posición inicial es s_0 , obtenemos:

$$s(t) = \int v(t) \, dt = \int (-gt + v_0) \, dt = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + s_0.$$