Universidad de Chile
Facultad de Medicina
Matemática CB10006
Primer Semestre 2023

Solucionario Actividad Autónoma

1. a) $\int_2^3 (2x-3)dx = 2.$
   b) $\int_0^1 2dx = 2.$
   c) $\int_0^{2\pi} \cos(2x)dx = 0.$
   d) $\int_0^{2\pi} (2\cos(x)-1)dx = -2\pi.$
   e) $\int_{-2}^1 e^{4x-1}dx = \frac{1}{4}\left(e^3 - e^{-9}\right).$
   f) $\int_0^1 xe^{x^2}dx = \frac{1}{2}(e-1).$
   g) $\int_{-1}^0 (5x-2)^8 dx = \frac{1}{45}\left(-2^9+7^9\right).$
   h) $\int_{-1}^{255} \frac{ds}{\sqrt{s+1}} = 32.$

2. Determine el área encerrada entre el eje x y la función f dada por $f(x) = 4 - x^2$.
   Solución: $\frac{32}{3}$.

3. Determine el área encerrada entre $\operatorname{sen}(x)$ y $-\operatorname{sen}(x)$ en el intervalo $[0, \pi]$.
   Solución: 4.

4. Calcule las siguientes integrales:

   a)
$$\int_{-1}^{1} (x^2 - 2x - 4)dx$$
   Solución: $-\frac{22}{3}$.

   b)
$$\int_0^{1/\sqrt{6}} \frac{x}{6x^2+1}dx$$
   Solución: $\frac{1}{12}\ln(2)$.

   c)
$$\int_3^8 \sqrt{x+1}dx$$
   Solución: $\frac{38}{3}$

   d)
$$\int_0^{\pi/2} \operatorname{sen}(x)\cos(x)dx$$
   Solución: $\frac{1}{2}$.

   e)
$$\frac{3}{2}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \operatorname{sen}^2(x)\cos(x)dx$$
   Solución: 1.

f)

$$\int_{-1}^{0} (3x+2)^2 dx$$

Solución: 1.

5. Determine la integral definida:

$$\int_{0}^{(e-1)^2} \frac{dt}{\sqrt{t}+1}$$

Solución: $e-2$.

6. Determine la integral definida:

$$\int_{0}^{\pi/4} \sec(s) ds$$

Ayuda: Puede serle útil multiplicar por $\frac{\sec(s)+\tan(s)}{\sec(s)+\tan(s)}$.

Solución: $\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$.

7. Determine el valor de t para que

$$\int_{1}^{t} \ln(u) du = 1$$

Solución: $t = e$.

8. Suponga que la función f es continua. Muestre que la siguiente igualdad se cumple:

$$\frac{d}{dx}\left(\int_{0}^{x} f(t)dt\right)^2 = 2\int_{0}^{x} f(x)f(t)dt.$$

Demostración.

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx}\left(\int_{0}^{x} f(t)dt\right)^2 &= 2\int_{0}^{x} f(t)dt \cdot \frac{d}{dx}\int_{0}^{x} f(t)dt \\ &= 2\int_{0}^{x} f(t)dt \cdot f(x) \\ &= 2\int_{0}^{x} f(x)f(t)dt.\end{aligned}$$

□

9. Suponga que una función F es tal que

$$\int_{0}^{x} F'(t)dt = 0$$

para todo $x \in \mathbb{R}$. Suponiendo además que $F(0) = 0$, muestre que $F(x) = 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$

Demostración.

$$\int_{0}^{x} F'(t)dt = F(x) - F(0) = 0$$

luego, $F(x) = 0$ para todo $x \in \mathbb{R}$ porque $F(0) = 0$ □