Taller: Matemáticas y Ciencias de la Salud

Curso de Introducción a la vida universitaria: Matemáticas

Un relato Histórico: Las matemáticas de la Viruela

Corría el siglo XVIII y la viruela causaba estragos en la población. Tanto así, que se calcula que era la causa directa de 1 de cada 12 muertes en Europa. Las vacunas aún no existían y poco se entendía de las enfermedades en general. Sobrevivir a la viruela era más bien un asunto de "suerte": alrededor de 1 de cada 8 personas contagiadas moría. Una de las escasas esperanzas era la variolización, un procedimiento rústico de inoculación de la infección - especialmente a los recién nacidos- que se practicaba en algunas regiones de Oriente, particularmente en la India y en China. A Europa fue importado desde Constantinopla, y tenía cierta popularidad entre las clases sociales más privilegiadas.

Si era exitosa, la variolización aseguraba inmunidad ante la viruela por toda la vida. El problema era que 1 de cada 200 personas variolizadas desarrollaban la enfermedad y terminaban muriendo por su causa. ¿Qué hacer, entonces: variolizar masivamente a la población, condenando a la muerte casi inmediata a un porcentaje no despreciable de ella, ¿o esperar el "curso natural de las cosas" y atenerse a un número posiblemente aún mayor de muertes?

El suizo Daniel Bernoulli (1700-1782) se abocó a este problema. Bernoulli fue profesor de Anatomía, y también de Matemáticas, en la Universidad de Basilea. Sus conocimientos, médicos por un lado y matemáticos por otro, le permitieron proponer un modelo matemático para estimar la propagación de la viruela. Aunque en su época se desconocía el agente causante de la enfermedad, Bernoulli postuló las siguientes hipótesis epidemiológicas: la probabilidad de contraer la viruela (q) es la misma para cada persona con independencia de su edad; entre quienes enferman de viruela, la probabilidad de morir por su causa (p) es también independiente de la edad; quienes sufren la viruela y la superan, no vuelven a contraerla jamás.

A partir de estos axiomas y usando los métodos del recién inventado cálculo infinitesimal (al que contribuyó de manera significativa), Bernoulli obtuvo un modelo matemático para describir la transmisión de la enfermedad en una población. Esta expresión relaciona el número de personas con edad x susceptibles de ser infectadas $S(x)$ con el número de personas vivas con esa edad $P(x)$. La expresión a la que llegó fue: $S(x)/P(x) = 1/((1-p)e^{(qx+p)}$.

Para valorar la utilidad de su modelo, Bernoulli necesitaba estimar los parámetros p y q. Basándose probablemente en su experiencia profesional, Bernoulli propuso el valor para la tasa de mortalidad p. Ahora bien, para estimar q, Bernoulli necesitaba datos, y los disponibles eran muy escasos. En la época, los censos de población eran casi inexistentes. Bernoulli recurrió, entonces, a un documento muy especial para calibrar su modelo: un registro completo de nacimientos y muertes en la ciudad polaca de Breslavia elaborado por otro célebre y multifacético científico. Se trata nada menos que de Edmund Halley, universalmente conocido por sus observaciones de un cometa que hoy lleva su nombre (y que pasará nuevamente cerca de la Tierra en 2061).

Para calcular la tasa de contagio q, Bernoulli supuso que el número de muertes por viruela representaba $1/3$ del total de fallecimientos. Usando las tablas de Halley, dedujo que cabía atribuir a la viruela unas 100 del total de 1300 muertes registradas en dichas tablas. A continuación, comparó los valores proporcionados por la expresión algebraica que había obtenido, con $p = 1/8$ y diversos valores de q, con los datos de personas vivas proporcionados por las mismas tablas, y dedujo así que el mejor ajuste correspondía a $q = 1/8$. Bernoulli atribuyó validez general a esos parámetros y consideró mera coincidencia el que sus valores fueran iguales.

Una vez calibradas esas constantes pasó a discutir las consecuencias de su modelo con objeto de evaluar el impacto teórico de la inoculación. Para ello recurrió de nuevo a las tablas de Halley y supuso en primer lugar que todos los niños fueran inoculados al nacer y que el proceso no tuviera ningún efecto secundario. Obtuvo así la esperanza media de vida para los inoculados (29,65 años) y la comparó con el valor deducido directamente de las tablas, sin excluir la mortalidad por viruela (26,57 años). ¡La vida media de nuestros antepasados era en verdad breve! Dedujo así que, si la viruela fuera inoculada sin consecuencias, la esperanza media de vida aumentaría unos 3 años, aproximadamente el 10% del total. ¡Una conclusión sorprendente! A modo de comparación, tan solo imagine que alguien hoy nos dijera que es posible aumentar de golpe la esperanza de vida en Chile en varios años, ¡y que la receta consiste en una estrategia ligada a resolver bien una ecuación!

Naturalmente se sabía que la inoculación podía producir graves complicaciones, aunque se daba por hecho que eso ocurría raras veces. Bernoulli afirmó que la probabilidad de muerte por inoculación era inferior al 0,5%. Todo ello justificaba que los gobiernos impusieran esa práctica por razón del bien común.

Bernoulli presentó su trabajo a la Academia de Ciencias de París en 1760 y obtuvo una aclamación casi unánime. Sin embargo, por extrañas razones, este no fue del agrado del gran enciclopedista Jean le Rond d’Alembert, quien opuso una visión de corte más bien individualista a la perspectiva social y de salud pública de Bernoulli. Aunque el francés hizo algunos alcances justificados, también parecía no entender del todo los argumentos matemáticos del suizo, especialmente aquellos de orden probabilístico. Sin embargo, como d’Alembert tenía un gran peso político en la academia, se encargó de mantener archivado el trabajo de Bernoulli por casi una década. En el intertanto, publicó un trabajo de su autoría que contenía conclusiones casi opuestas a las de aquel.

La petición de Bernoulli de variolizar al grueso de la población nunca se aplicó, primero por la conducta de d'Alembert, y luego porque algunas décadas después el inglés Edward Jenner desarrolló la vacuna contra la viruela. Pese a esto, su texto sirvió de inspiración para que, a fines del siglo XIX e inicios del XX, la Epidemiología Matemática se estableciera como una disciplina sólida. Esto se dio particularmente tras los trabajos de R. Ross sobre la malaria (por los cuales fue galardonado con el Premio Nobel de Medicina en 1902), que luego modelaría matemáticamente en conjunto con Hilda Hudson (célebre, además, por sus trabajos en álgebra y geometría). Pero la consagración definitiva se dio entre 1927 y 1932 con el surgimiento de los modelos epidemiológicos de los escoceses W. Kermack y A. McKendrick, que hoy permiten guiar nuestras estrategias frente a brotes infecciosos como los de COVID-19.

> *Deseo simplemente que, en un tema que concierne tan directamente al bienestar de la raza humana, no se tome ninguna decisión sin el conocimiento que puede proporcionar un breve análisis y cálculo*
>
> —D. Bernoulli —

Referencias Bibliográficas

El presente documento fue construido con base a extractos de las siguientes fuentes.

Herrero, M. (2017). *Así ayudaron las matemáticas a calcular la propagación de epidemias.* El País.

Navas, A. (2020). *El día en que Bernoulli y d'Alembert se pelearon por el modelo matemático de una pandemia*. El Mostrador.

A partir del relato reflexionen en parejas y respondan las siguientes preguntas

1. ¿En qué partes del texto identifican matemáticas? Destáquenlas en el texto.
2. ¿Cuál fue el problema que resolvió Bernoulli?
3. En el relato se señala que Bernoulli tuvo que asumir dos axiomas.
   ¿Cuáles fueron estos y qué son los axiomas matemáticos?
4. ¿Qué acciones matemáticas clave realizó Bernoulli en la resolución del problema? (por ejemplo, proponer un modelo, estimar…) Márquenlas en el texto.
5. ¿Cuál fue la solución de Bernoulli al problema epidemiológico abordado? ¿Es única esta solución o pueden existir otras?
6. ¿Por qué creen que d'Alembert no apoyó los resultados de Bernoulli?
7. Aparte de la epidemias, ¿qué otro ejemplo podrían mencionar que relaciona matemáticas y Ciencias de la Salud? Consideren: enfermería, nutrición y dietética, fonoaudiología, kinesiología, terapia ocupacional, tecnología médica, obstetricia y puericultura.
8. A partir de esta lectura, ¿por qué creen que es necesario estudiar matemáticas en carreras de Ciencias de la Salud? Den dos argumentos convincentes.

Reconociendo matemáticas en textos de Ciencias de la Salud

Para enriquecer la reflexión del taller, utilicen los códigos QR para acceder a los índices de dos libros de matemáticas. Noten que estos recursos están disponibles en la biblioteca digital de la Universidad, la que pueden consultar a través de su cuenta Pasaporte UChile.

Costanzo Fisiología

Farmacología

Pregunta

¿Qué conceptos o procedimientos matemáticos reconocen en las páginas de estos textos?