Desafío

Dada la serie finita: 2 + 7 + 12 + 17 + 22 + 27 + … + 1797

a) Defina una función para el término general de la serie. Considere término inicial a_1.

b) ¿Cuántos términos tiene esta serie?

c) Escriba la serie con notación de sumatoria.

d) Calcule el valor de la sumatoria. Para ello defina una función que calcule la suma de los primeros n términos de la serie.

e) Expresar la suma de los 100 primeros términos de la serie.

f) Expresar la suma de los 100 últimos términos de la serie.

g) Expresar la suma de 50 términos a partir del término de posición 242.

h) Expresar la suman 50 términos a partir del término cuyo valor es 242.

Solución:

a) Defina una función para el término general de la serie.

El término general está dado por:

$$a_n = 5n - 3$$

---

b) ¿Cuántos términos tiene esta serie?

Igualamos a_n al último término 1797:

$$5n - 3 = 1797$$

$$5n = 1800$$

$$n = 360$$

La serie tiene **360 términos**.

c) Escriba la serie con notación de sumatoria.

$$\sum_{n=1}^{360}(5n - 3)$$

d) Calcule el valor de la sumatoria.

Expresamos la sumatoria como:

$$\sum_{n=1}^{360}(5n-3)=5\sum_{n=1}^{360}n-\sum_{n=1}^{360}3$$

Usamos las propiedades de la sumatoria:

1. La sumatoria de los primeros n números naturales:

$$\sum_{n=1}^{N}n=\frac{N(N+1)}{2}$$

   Para $N=360$:

$$\sum_{n=1}^{360}n=\frac{360\cdot 361}{2}=64980$$

2. La sumatoria de una constante c:

$$\sum_{n=1}^{N}c=c\cdot N$$

   Para $c=3$ y $N=360$:

$$\sum_{n=1}^{360}3=3\cdot 360=1080$$

Sustituyendo:

$$\sum_{n=1}^{360}(5n-3)=5\cdot 64980-1080=324900-1080=323820$$

e) Expresar la suma de los 100 primeros términos de la serie.

Usamos la misma fórmula para los primeros 100 términos:

$$\sum_{n=1}^{100}(5n-3)=5\sum_{n=1}^{100}n-\sum_{n=1}^{100}3$$

1. Para $N=100$:

$$\sum_{n=1}^{100}n=\frac{100\cdot 101}{2}=5050$$

$$\sum_{n=1}^{100}3=3\cdot 100=300$$

Sustituyendo:

$$\sum_{n=1}^{100}(5n-3)=5\cdot 5050-300=25250-300=24950$$

f) Expresar la suma de los 100 últimos términos de la serie.

Los 100 últimos términos corresponden a los términos de posición 261 a 360.
La suma es:

$$\sum_{n=261}^{360}(5n-3)=\sum_{n=1}^{360}(5n-3)-\sum_{n=1}^{260}(5n-3)$$

1. Calculamos $\sum_{n=1}^{260}(5n-3)$:

$$\sum_{n=1}^{260}(5n-3)=5\sum_{n=1}^{260}n-\sum_{n=1}^{260}3$$

- $\sum_{n=1}^{260}n=\frac{260\cdot 261}{2}=33930$
- $\sum_{n=1}^{260}3=3\cdot 260=780$

$$\sum_{n=1}^{260}(5n-3)=5\cdot 33930-780=169650-780=168870$$

2. Resta total:

$$\sum_{n=261}^{360}(5n-3)=323820-168870=154950$$

g) Expresar la suma de 50 términos a partir del término de posición 242.

Los términos van desde $n = 242$ hasta $n = 291$:

$$\sum_{n=242}^{291} (5n-3) = \sum_{n=1}^{291}(5n-3) - \sum_{n=1}^{241}(5n-3)$$

1. Calculamos $\sum_{n=1}^{291}(5n-3)$:
   - $\sum_{n=1}^{291} n = \frac{291 \cdot 292}{2} = 42586$
   - $\sum_{n=1}^{291} 3 = 3 \cdot 291 = 873$

   $$\sum_{n=1}^{291}(5n-3) = 5 \cdot 42586 - 873 = 212930 - 873 = 212057$$

2. Calculamos $\sum_{n=1}^{241}(5n-3)$:
   - $\sum_{n=1}^{241} n = \frac{241 \cdot 242}{2} = 29161$
   - $\sum_{n=1}^{241} 3 = 3 \cdot 241 = 723$

   $$\sum_{n=1}^{241}(5n-3) = 5 \cdot 29161 - 723 = 145805 - 723 = 145082$$

3. Resta total:

   $$\sum_{n=242}^{291} (5n-3) = 212057 - 145082 = 66975$$

h) Expresar la suma de 50 términos a partir del término cuyo valor es 242.

El término con valor $a_k = 242$ se obtiene resolviendo:

$$5k - 3 = 242$$

$$5k = 245$$

$$k = 49$$

Los términos van desde $n = 49$ hasta $n = 98$:

$$\sum_{n=49}^{98}(5n-3) = \sum_{n=1}^{98}(5n-3) - \sum_{n=1}^{48}(5n-3)$$