FÓRMULAS DE APOYO PRUEBA 3

1) Determinantes, matriz inversa.

Determinante: A cada matriz cuadrada le asociaremos un número real que llamaremos determinante asociado a esa matriz. Si A es una matriz de 2x2 tal que:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = |A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

Para una matriz de 3x3 como la siguiente:

$$A_3 = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

$$|A| = (-1)^{1+1} \cdot a_{11} \cdot \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + (-1)^{1+2} \cdot a_{12} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + (-1)^{1+3} \cdot a_{13} \cdot \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}$$

Matriz inversa:

$$A^{-1} = \frac{(Adj(A))^t}{|A|}$$

2) Lógica.

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \Rightarrow q$	$p \Leftrightarrow q$
V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	F	V	V

- Negación de la negación: $\sim(\sim p) \equiv p$
- Conmutatividad del $\vee$: $p \vee q \equiv q \vee p$
- Conmutatividad del $\wedge$: $p \wedge q \equiv q \wedge p$
- Asociatividad del $\vee$: $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
- Asociatividad del $\wedge$: $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$
- Distributividad: $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

  $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
- Idempotencia: $p \wedge p \equiv p$

  $p \vee p \equiv p$

- Ley de absorción: $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

  $p \vee (p \wedge q) \equiv p$
- Leyes Universales: $p \wedge F \equiv F$

  $p \wedge V \equiv p$

  $p \vee F \equiv p$

  $p \vee V \equiv V$
- Leyes de De Morgan: $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$

  $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$
- Equivalencia Implicancia: $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

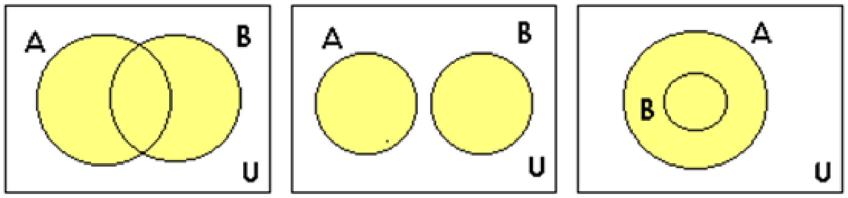
  $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

REGLAS DE INFERENCIA

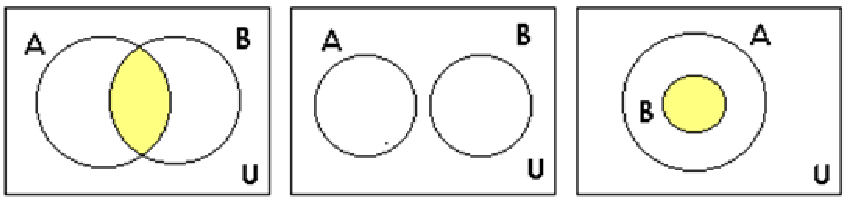
Modus Ponendo Ponens	**Modus Tollendo Tollens**
$\begin{array}{c} A \Rightarrow B \\ A \\ \hline \therefore B \end{array}$	$\begin{array}{c} A \Rightarrow B \\ \sim B \\ \hline \therefore \sim A \end{array}$
Bicondicional	**Silogismo Hipotético**
$\begin{array}{c} A \Rightarrow B \\ B \Rightarrow A \\ \hline \therefore A \Leftrightarrow B \end{array}$	$\begin{array}{c} A \Rightarrow B \\ B \Rightarrow C \\ \hline \therefore A \Rightarrow C \end{array}$
Silogismo Disyuntivo	**Simplificación**
$\begin{array}{c} A \vee B \\ \sim B \\ \hline \therefore A \end{array}$	$\begin{array}{c} A \wedge B \\ \hline \therefore A \end{array}$
Adición	**Conjunción**
$\begin{array}{c} A \\ \hline \therefore A \vee B \end{array}$	$\begin{array}{c} A \\ B \\ \hline \therefore A \wedge B \end{array}$

3) **Teoría de Conjuntos.**

a) Unión: $A \cup B = \{x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B\}$



b) Intersección: $A \cap B = \{ x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B\}$



$A \cap B$ $\quad$ $A \cap B = \phi$ $\quad$ $A \cap B = B$

Nota: Se llama Conjuntos Disjuntos, a aquellos conjuntos que no tienen elementos en común, es decir A y B son disjuntos si $A \cap B = \phi$ (figura central).

PROPIEDADES DE CARDINALIDAD PARA LA UNIÓN:

1) $\#(A \cup B) = \#A + \#B - \#(A \cap B)$

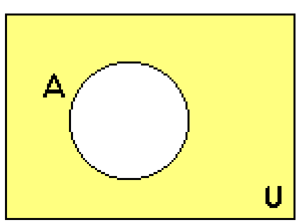
2) Si # $A \cap B = \phi$ entonces $\#(A \cup B) = \#A + \#B$

3) Si # $A \cap B = B$ entonces $\#(A \cup B) = \#B$

Nota: $\#(A \cup B \cup C) = \#A + \#B + \#C - \#(A \cap B) - \#(A \cap C) - \#(B \cap C) + \#(A \cap B \cap C)$

c) Complemento: A^c ó **A'** $= \{x \in U \,/\, x \notin A\}$

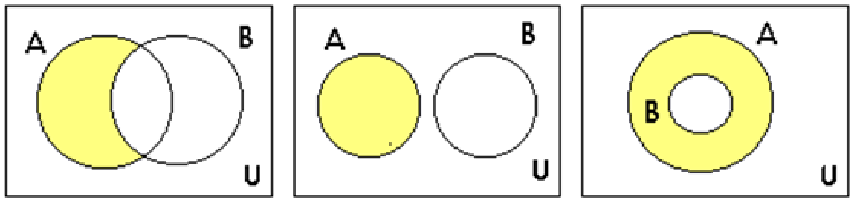
$A' = U - A$



PROPIEDADES DE CARDINALIDAD PARA COMPLEMENTO:

1) $\#A' = \#(U - A) = \#U - \#A$

d) **Diferencia:** $A - B = \{x \in U / x \in A \wedge x \notin B\}$.



PROPIEDADES DE CARDINALIDAD PARA LA DIFERENCIA:

1. $\#(A - B) = \#(A \cap B') = \#A - \#(A \cap B)$

2. Si $\# A \cap B = \phi$ entonces $\#(A - B) = \#A$

3. Si $\# A \cap B = B$ entonces $\#(A - B) = \#A - \#B$

PROPIEDADES DE LA UNIÓN:

a) **Asociatividad:** $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

b) **Conmutatividad:** $A \cup B = B \cup A$

c) $\forall A : A \cup A = A$

d) $\forall A : A \cup \phi = A$

e) $A \subset (A \cup B)$ y $B \subset (A \cup B)$

PROPIEDADES DE LA INTERSECCIÓN:

a) **Asociatividad:** $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

b) **Conmutatividad:** $A \cap B = B \cap A$

c) $A \cap A = A$

d) $A \cap \phi = \phi$

e) $A \cap U = A$

f) $(A \cap B) \subset A$ y $(A \cap B) \subset B$

PROPIEDADES DEL COMPLEMENTO:

a) $A \cup A' = U$

b) $A \cap A' = \phi$

c) LEYES DE MORGAN: $(A \cup B)' = A' \cap B'$ $(A \cap B)' = A' \cup B'$

d) $(A')' = A$

e) $\phi ' = U$

f) $U' = \phi$

PROPIEDADES DE LA DIFERENCIA:

a) $A - B = A \cap B'$

b) Si $A \cap B = \phi \Rightarrow A - B = A$

c) $(A - B) \subset A$