

Logaritmos

Notemos que hasta el momento, sabemos que:

$$\underbrace{a^n = b}_{\text{Potencia}} \Leftrightarrow \underbrace{a = \sqrt[n]{b}}_{\text{Raíz}} \Leftrightarrow \underbrace{n = \log_a b}_{\text{logaritmo}}$$

Def $n = \log_a b \Leftrightarrow a^n = b$, $a, b \in \mathbb{R}^+$ y $a \neq 1$.

ej: 1) $\log_2 4 = 2$

2) $\log_3 81 = 4$

3) $\log_2 (1/16) = n \Rightarrow 2^n = 16^{-1}$

$$\Rightarrow 2^n = (2^4)^{-1}$$

$$\Rightarrow 2^n = 2^{-4}$$

$$\therefore n = -4.$$

4) $\log_{-3} 9 = 2$.

$$5) \log_3 -9 = \cancel{\neq}$$

$$6) \log_3 (x+1) = 1 \Rightarrow 3^1 = x+1$$

$$\Rightarrow 3 = x+1$$

$$\Rightarrow x = 2.$$

$$7) \log_{10} 1000 = 3$$

$$8) \log_1 9 = \cancel{\neq}$$

$$9) \log_{-3} 27 = \cancel{\neq}$$

obs. 1) $\log_{10} b = \log b.$

2) $\log_a 1 = 0$

3) $\log_a a = 1$

Propiedades de logaritmo.

Para las siguientes propiedades, considere logaritmos bien definidos en \mathbb{R} .

$$\log_a b = n \Leftrightarrow a^n = b.$$

$$1) a^{\log_a b} = b.$$

En efecto.

$$\begin{aligned} \text{Si: } \log_a b = n &\Rightarrow a^n = b \\ &\Rightarrow a^{\log_a b} = b. \end{aligned}$$

$$2) \log_a b^n = n \log_a b.$$

$$\text{ej: } 1) \log_4 5^3 = 3 \cdot \log_4 5.$$

$$2) \frac{1}{2} \log_3 4 = \log_3 4^{1/2} = \log_3 2.$$

$$3) \log_3 8 = \log_3 2^3 = 3 \log_3 2.$$

$$3) \log_a (bc) = \log_a b + \log_a c.$$

$$\text{ej: } 1) \log_6 36 = 2.$$

se puede lo propiedad...

$$\begin{aligned} \log_6 36 &= \log_6 (6 \cdot 6) = \log_6 6 + \log_6 6 \\ &= 1 + 1 = 2. \end{aligned}$$

$$2) \log_9 6 + \log_9 4 = \log_9 24.$$

$$3) \log_6 9 + \log_6 4 = \log_6 36 = 2.$$

$$4) \log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a b - \log_a c.$$

ej: 1) $\log \left(\frac{1}{10} \right) = -1$

aprovechando la prop.

$$\log \left(\frac{1}{10} \right) = \log 1 - \log 10 = -1.$$

$$2) \log_3 \sqrt[3]{\frac{4}{3}} = \log_3 \left(\frac{4}{3} \right)^{1/3}$$

$$= \frac{1}{3} \log_3 \frac{4}{3}$$

$$= \frac{1}{3} \left(\log_3 4 - \log_3 3 \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left(\log_3 4 - 1 \right)$$

$$5) \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

ej: 1) $\log_2 3 = \frac{\log_{\pi} 3}{\log_{\pi} 2}$

2) $\frac{\log 3}{\log 4} = \log_4 3$